

## Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 36 Punkte, davon 12 Zusatzpunkte

Abgabe: Donnerstag, 7. Januar 2016, vor den Übungen

1. Es sei
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- mit
- $f(x) = x^2 + 2x + 2$
- .

Zeige mit der Definition der Stetigkeit, dass  $f$  im Punkt  $x_0 = 1$  stetig ist. (5 Punkte)

2. Es seien
- $a, b, c \in \mathbb{R}$
- und
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- mit

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a, & \text{für } x < -1 \\ x^2 + b, & \text{für } -1 \leq x \leq 1 \\ \log(x^c), & \text{für } x > 1. \end{cases}$$

Für welche Werte von  $a, b$  und  $c$  ist die Funktion  $f$  stetig? (5 Punkte)

3. Es sei

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

(a) Nutze die Charakterisierung über Folgen zur Untersuchung des Grenzwertes  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .(b) Zeige, dass  $f$  in  $x_0 = 0$  nicht stetig ist. (6+2 Punkte)

4. Es sei
- $f: \mathbb{R}_0^+ \rightarrow \mathbb{R}$
- mit
- $f(x) = \sqrt{x}$
- .

(a) Gib den Differenzenquotienten  $d(x_0, h)$  an.(b) Bestimme die Ableitung  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} d(x_0, h)$ .(c) Berechne die Ableitung von  $f$  für  $x_0 = 4$ . (1+5+1 Punkte)

5. Bestimme die Ableitungen folgender Funktionen auf ihrem Definitionsbereich und vereinfache soweit wie möglich:

(a)  $f_1(x) = 2x^6 + 5x^3$

(b)  $f_2(x) = (x - 2)^4$

(c)  $f_3(x) = (x^7 - 2x^2 + 1) \cdot (x^5 + x^3 + 1)$

(d)  $f_4(x) = \frac{x^3 + x - 1}{(x + 1)^2}$  (2+3+3+3 Punkte)

**Wir wünschen Euch allen frohe Weihnachten  
und einen guten Rutsch ins Neue Jahr 2016!**