

Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Donnerstag, 28. Januar 2016, vor den Übungen

1. Es seien $a, b \in \mathbb{R}$, $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ zweimal differenzierbar. Dann hat f in $x_0 \in (a, b)$ einen Wendepunkt, wenn die Ableitung f' ein lokales Extremum besitzt. Bestimme die Koordinaten aller Wendepunkte folgender Funktionen:

(a) $f_1(x) = (x^2 - 1) \cdot (x + 4)$

(b) $f_2(x) = x \cdot \ln x + x^9 + 1280$ (2+2 Punkte)

2. Es seien $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = x - \frac{2}{x^2 + 1}$$

gegeben.

- (a) Bestimme die Koordinaten aller Wendepunkte von f .
(b) Zeige, dass f weder ein globales Maximum noch ein globales Minimum besitzt.
(c) Begründe, dass f genau ein lokales Maximum und ein lokales Minimum besitzt.
(d) Gib zwei verschiedene abgeschlossene Intervalle an, in welchen die lokalen Extrema jeweils liegen. (2+1+1+2 Punkte)

3. Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = x - \frac{2}{x^2 + 1}.$$

- (a) Führe eine vollständige Kurvendiskussion durch, d.h. bestimme die Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte von f sowie dessen Verhalten für $x \rightarrow \pm\infty$.
(b) Skizziere den Graphen von f . (4+2 Punkte)

4. Es sei $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ gegeben.

Bestimme im Falle der Existenz das globale Maximum und Minimum für

(a) $I = [-2, 1]$

(b) $I = [-3, 2]$

(c) $I = (-\infty, \infty)$ (1+1+1 Punkte)

5. Berechne folgende Integrale:

$$\int_1^2 x^2 + 4x + 3 dx, \quad \int_0^1 x^2 \cdot e^x dx \quad \text{und} \quad \int_{\pi}^{2\pi} \sin x \cdot \cos x dx.$$

(1+2+2 Punkte)