

## Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

 Abgabe: **Mittwoch, 3. Februar 2016**, vor den Übungen

 1. Es sei die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = 3x^5 - 10x^3 + 15x$  gegeben.

- (a) Zeige, dass diese Funktion punktsymmetrisch zum Ursprung ist, d.h. dass  $f(-x) = -f(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt.
- (b) Führe nun eine vollständige Kurvendiskussion durch, d.h. bestimme die Koordinaten der Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte von  $f$  sowie dessen Verhalten für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
- (c) Skizziere den Graphen von  $f$ . (1+3+1 Punkte)

2. Bestimme eine Stammfunktion folgender Funktionen:

- (a)  $f(x) = \sin^2 x$
- (b)  $f(x) = \ln(x + \sqrt{x})$  (2+3 Punkte)

3. Beweise, dass

$$\int_0^1 (x^2 - 1)^n dx = (-1)^n (n!)^2 \frac{2^{2n}}{(2n+1)!}$$

 für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt. (3 Punkte)

4. Berechne folgende Integrale:

- (a)  $\int_0^1 x - \ln x dx$
- (b)  $\int_0^\infty x \cdot e^{2-x} dx$  (1+2 Punkte)

5. Es seien die reellen Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$D := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad F := \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad G := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben.

- (a) Bestimme im Falle der Existenz  $A + B$ ,  $B + C$ ,  $C + D$  und  $D + F$ .
- (b) Gib  $3B$  und  $7F$  sowie  $D^T$  und  $G^T$  an.
- (c) Bestimme im Falle der Existenz  $A \cdot B$ ,  $C \cdot D$ ,  $G \cdot A$ ,  $D \cdot F$  und  $F \cdot D^T$ . (2+2+4 Punkte)