

Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Donnerstag, 5. November 2015, vor den Übungen

 1. Schreibe die folgenden Ausdrücke unter Verwendung des Summenzeichens \sum :

(a) $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + \dots + 121$

(b) $\frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 + 3 + 9 + 27 + 81$

(c) $-2m + (-2m + 2) + \dots + (-6) + (-4) + (-2) + 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 44$ mit $m \in \mathbb{N}$

(d) $101 + 103 + \dots + 119 + 120 + 122 + \dots + 144$

(e) $1 - 8 + 27 - 64 + 125 - 216 + 343$ (5 Punkte)

 2. Schreibe die folgenden Ausdrücke unter Verwendung des Produktzeichens \prod :

(a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{10}{11}$

(b) $2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \dots \cdot 196$

(c) 25 (3 Punkte)

 3. Es sei $n \in \mathbb{N}$. Berechne den Wert folgender Ausdrücke:

(a) $\sum_{k=1}^5 \frac{k^2 + 3k + 5}{2k^3 - 1}$

(b) $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 3^n$

(c) $2 + 3 + \dots + 1280$

(d) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{n^2}$ (4 Punkte)

 4. Zeige die folgenden Aussagen für alle $n \in \mathbb{N}$:

(a) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$

(b) $\sum_{k=0}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

(c) $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \geq 2$

(d) $n! + 3 > 2^n$

(e) 9 ist ein Teiler von $4^n + 15n - 1$ (10 Punkte)

5. Skat lässt sich am Tisch sowohl zu dritt als auch zu viert spielen, wobei im letzten Fall der Geber stets aussetzt. Zeige, dass eine Gruppengröße von fünf Personen die größte Gruppe ist, so dass eine Aufteilung aller Teilnehmer auf Dreier- oder Vierertische nicht möglich ist. (2 Punkte)