

Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Donnerstag, 19. November 2015, vor den Übungen

1. Bestimme den maximalen Definitionsbereich folgender Funktionen:

(a) $f(x) = \frac{1}{(x-5) \cdot (x+3)}$

(b) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

(c) $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x}}$

(3 Punkte)

2. Bestimme die ersten fünf Folgenglieder der angegebenen Folgen:

(a) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $a_n = n^2 + n$

(b) $(b_n)_{n=4}^{\infty}$ mit $b_n = \frac{1}{n^2 - 3n}$

(c) $(c_n)_{n=0}^{\infty}$ mit $c_n = \frac{\sqrt{n}}{n+1}$

(d) $(d_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $d_n = n!$

(4 Punkte)

3. (a) Zeige, dass die Folge $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ mit

$$a_n = \frac{n^2 + \frac{n}{20} + 1}{n^2 + 1}$$

konvergiert und bestimme den Grenzwert a .(b) Gib eine Zahl $n_0 \in \mathbb{N}$, so dass für alle $n > n_0$ die Ungleichung $|a_n - a| < \frac{1}{40}$ gilt. (6 Punkte)

4. Untersuche folgende Folgen auf Konvergenz und bestimme den Grenzwert:

(a) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $a_n = \frac{7n^3 - 2n^2 + n}{n^3 + 1}$

(b) $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $b_n = \frac{2n^2 - n}{n^4}$

(c) $(c_n)_{n=1}^{\infty}$ mit $c_n = \frac{n^4 + n}{n^2 - 1}$

(6 Punkte)

5. Es sei $n \in \mathbb{N}$ und $q \in \mathbb{R}$.(a) Zeige, dass $|q^n| = |q|^n$ gilt.(b) Zeige, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ für $|q| < 1$ gilt.

(5 Punkte)