

Übungen zu Mathematik für Biologen

Prof. Dr. Helmut Maier, Dr. Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Abgabe: Donnerstag, 3. Dezember 2015, vor den Übungen

1. Es bezeichne \log den Logarithmus zur Basis 10 und \ln denjenigen zur Basis e .
Überprüfe die folgenden Gleichungen für alle $a, b, c \in \mathbb{R}^+$ und $n \in \mathbb{N}$:

(a) $a^{b+c} = e^{a \cdot (\ln(b) + \ln(c))}$

(b) $a^{b-c} = e^{b \cdot \ln(a)} - e^{c \cdot \ln(a)}$

(c) $\sum_{j=1}^n \log j = \log(n!)$

(d) $\ln(ab) - \ln(bc) - \ln(ac) = \left(\ln \left(\frac{1}{c} \right) \right)^2$ (je 1,5 Punkte)

2. Es sei $\log(a+b) = 2$. Vereinfache folgenden Ausdruck soweit wie möglich:

$$\log(a-b) + \log \sqrt{a+b} - \log \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}.$$

(3 Punkte)

3. Wieder bezeichne \log den Logarithmus zur Basis 10. Löse die folgenden Gleichungen:

(a) $5^{\log(x-2)} = \frac{1}{10}$

(b) $2(\log x)^2 + 2 = 5 \log x$

(c) $x^{\log x} = \frac{x^4}{1000}$ (1+2+2 Punkte)

4. Wenn Licht in Wasser eindringt, so verliert es mit zunehmender Wassertiefe durch Absorption an Intensität. In reinem Meerwasser nimmt die Lichtintensität pro Meter um etwa 75% ab.

(a) Gib eine Formel an, mit der sich die Restmenge $f(d)$ der Lichtintensität ausgehend von einer Startintensität von 1 in einer Tiefe von d Metern berechnen lässt. Nimm dazu an, dass die Lichtintensität pro Meter um genau 75% abnimmt.

(b) Wieviel Prozent der ursprünglichen Intensität sind in 4, 7 und 9 Metern Wassertiefe noch vorhanden? (3+1 Punkte)

5. (a) Zeige, dass die Fibonacci- Folge $(u_n)_{n=1}^{\infty}$ von Aufgabe 3 von Übungsblatt 6 explizit durch folgende Vorschrift gegeben ist:

$$u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2} \right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2} \right)^n \right)$$

(b) Welche Größenordnung hat u_{100} und welche $\frac{u_{100}}{u_{99}}$? (4+2 Punkte)