Dr. H. Lanzinger
M. Harder

Winter 2015/2016
28.10.2015
Blatt 03

Übungen zu Höhere Mathematik I

(Abgabe spätestens am Mittwoch, den 04.11.2015, 12:00h)

1. (a) Es sei $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x}\sqrt{x}}{3x^2+1}$. Bestimme $f'(x)$.
   (b) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \mathrm{e}^{2x} + \left(\frac{5x}{3}\right)^3$. Bestimme $\left(f^{-1}\right)'(1)$.
   (c) Es sei $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{2^x}{x^2}$. Bestimme $f'(x)$.
   (d) Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^{12} + 34x^5 - 6x^7 + 89$. Bestimme $f'(x)$
   (e) Es seien $a > 0$ und $f : (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x\log_a(x) - x$. Bestimme $f'(x)$.
   (f) Es sei $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^x$. Bestimme $f'(x)$.
   (g) Es sei $f\colon (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = (\log x)^{\mathrm{e}}$. Bestimme $f'(x)$.

   Hinweis: Bei Aufgabenteil (b) kann vorausgesetzt werden, dass f invertierbar ist.

   (2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

2. Bestimme für jede der folgenden Gleichungen die maximale Lösungsmenge:
   (a) $\log_2(x) + \log_4\left(1 - \frac{9}{x}\right) = 2$
   (b) $\log_x(2x^2 - x) = 3$
   (c) $9^x - 3^x = 3^{x+1} + 5$

   (2 + 2 + 2 Punkte)

3. Es seien M_1, M_2, M_3 Mengen und $f\colon M_1 \to M_2$ sowie $g\colon M_2 \to M_3$ bijektive Funktionen. Zeige, dass die Umkehrfunktion von $g \circ f$ existiert und gib diese an, oder widerlege die Existenz durch ein Gegenbeispiel.

   (1 Punkt)

4. Beweise das folgende Additionstheorem für den Cosinus Hyperbolicus:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : \cosh(x + y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y).$$

   (3 Punkte)

In the fall of 1972 President Nixon announced that the rate of increase of inflation was decreasing. This was the first time a sitting president used the third derivative to advance his case for reelection.

Hugo Rossi, 1996, *Mathematics is an Edifice, Not a Toolbox*,
Notices of the American Mathematical Society 43 (10): 1108
http://www.ams.org/notices/199610/page2.pdf

Je zwei Studierende sollten gemeinsam eine Lösung abgeben. Bei Abweichungen von ± 1 (Abgabe alleine oder zu dritt) wird ein Punkt abgezogen, bei größeren Abweichungen alle Punkte. Bitte Vorname und Nachname gut lesbar auf das Blatt schreiben, den Nachnamen in Großbuchstaben. Aussagen sind zu begründen und Lösungswege anzugeben.

https://www.uni-ulm.de/?id=70571