Dr. H. Lanzinger
M. Harder

Winter 2015/2016
25.11.2015
Blatt 07

# Übungen zu Höhere Mathematik I

(Abgabe spätestens am Mittwoch, den 02.12.2015, 12:00h)

1. Bestimme jeweils ein Polynom $P$ vom Grad $\deg(P)$, das $P(z_k) = w_k$ für alle $k$ erfüllt. Begründe, ob es eindeutig bestimmt ist.
   (a) $\deg(P) = 2$, $z_k := k - 1$, $k \in \{0, 1, 2\}$, $w_0 := 0 =: w_2, w_1 := -1$.
   (b) Wie in (a), aber $z_2 := i$ und $w_2 := -2$.
   (c) $\deg(P) = n$, $z_k := k\pi$, $w_k := \sin(z_k)$ und $k \in \{0, \ldots, n\}$ für $n = 11$.
   (d) Wie in (c), aber $\deg(P) = 3$ und $n = 2$.
   (e) Wie in (c), aber $n = 2$ und $z_k := \frac{k\pi}{2}$.

(2 + 1 + 2 + 2 + 2 Punkte)

2. Seien $\xi, \eta \in \mathbb{R}$. Bestimme jeweils alle Funktionen $y$ mit $y(\xi) = \eta$, die die folgenden Differenzialgleichungen lösen:
   (a) $y' = 3x^5 y + \exp\left(\frac{1}{2}x^6\right)$
   (b) $y'(1 + x^4) = xy$

(2 + 2 Punkte)

3. Es seien $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig und $\xi, \eta \in \mathbb{R}$, $\eta \neq 0$. Wir betrachten die Differenzialgleichung
$$y' = f(x)g(y), \quad y(\xi) = \eta.$$
Zeige, dass sich bei der Lösung der Differenzialgleichung durch die Methode der Trennung der Veränderlichen im Fall $g(y) = y$ genau die Lösung einer homogenen linearen Differenzialgleichung 1. Ordnung aus der Vorlesung ergibt.

(2 Punkte)

4. Bestimme eine Lösung der folgenden Anfangswertprobleme:
   (a) $y' = \frac{1}{1+x^2} + \frac{y^2}{x^2+1}$, $y(0) = 0$.
   (b) $y' = \frac{2x^2+y^2}{xy}, y(1) = 2$ für $x \in [1, 3]$
   (c) $\frac{y'}{y} = y^2 \sin(x) + \frac{1}{2}\tan(x), y(0) = -2$ für $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

(3 + 3 + 3 Punkte)

Je zwei Studierende sollten gemeinsam eine Lösung abgeben. Bei Abweichungen von $\pm 1$ (Abgabe alleine oder zu dritt) wird ein Punkt abgezogen, bei größeren Abweichungen alle Punkte. Bitte Vorname und Nachname gut lesbar auf das Blatt schreiben, den Nachnamen in Großbuchstaben. Aussagen sind zu begründen und Lösungswege anzugeben.

https://www.uni-ulm.de/?id=70571