Prof. Dr. U. Stadtmüller
M. Harder

Sommer 2015
21.05.2015
Blatt 05

Übungen zu Extremwerttheorie

(Zu Bearbeiten bis Donnerstag, den 28.05.2015, 12:00h)

1. (Zum Beweis von Satz 2.4) Es sei F eine Verteilung mit $x^* < \infty$ und $\overline{F} \in \mathrm{RV}_{-\alpha}$ bei x^*. Zeige, dass dann $F \in \mathcal{A}(\psi_\alpha)$ gilt und vervollständige damit den Beweis von Satz 2.4.

(3 Punkte)

2. Es sei $F \in \mathcal{A}(\varphi_\alpha)$ und G eine Verteilungsfunktion, so dass
$$\frac{1-G(x)}{1-F(x)} \to c$$
für $x \to \infty$ und ein $c > 0$ gilt.
   (a) Zeige, dass dann auch $G \in \mathcal{A}(\varphi_\alpha)$ gilt.
   (b) Es sei $c = 1$ und es gelte $F^n(a_n x) \to \varphi_\alpha(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $n \to \infty$. Bestimme eine Folge α_n (in Abhängigkeit von a_n), so dass $G^n(\alpha_n x) \to \varphi_\alpha(x)$ für $n \to \infty$ gilt.

(3 Punkte + 3 Bonuspunkte)

3. Es seien $p \in (0,1)$, $F \in \mathcal{A}(\varphi_\alpha)$ und $G \in \mathcal{A}(\varphi_\beta)$ mit $\alpha \neq \beta$. Zeige, dass $H := pF + (1-p)G \in \mathcal{A}(\varphi_{\alpha\wedge\beta})$ gilt. Wie üblich gelte $\alpha \wedge \beta := \min\{\alpha, \beta\}$.

   Hinweis: Für $\varepsilon > 0$ und eine langsam variierende Funktion L gilt $\frac{L(t)}{t^\varepsilon} \to 0$ für $t \to \infty$ (Potter-Schranke, siehe Vorlesung).

(3 Punkte)

4. Es sei $X \sim \Lambda$. Zeige, dass für die Zufallsvariablen $Y := \mathrm{e}^X$ und $Z := -\mathrm{e}^{-X}$ dann $Y \sim \varphi_1$ und $Z \sim \psi_1$ gilt.

(3 Punkte)