

Übungen zu Analysis für Informatiker

(Abgabe: Dienstag, 25.05.2010, 14.10 Uhr, H22)

14. Im Folgenden ist jeweils das n -te Glied einer Folge (a_n) gegeben. Untersuche die Folgen auf Konvergenz, bestimme alle Häufungswerte und gib, wenn möglich, den $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ und $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ an.

(a) $(-2)^n \frac{4 + n^2}{2 - n^2}$

(b) $(1 + (-1)^n) n^3 - \frac{1 - n^4}{3n + 3}$

(c) $\left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)^n$

(d) $\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^n$

(e) $\frac{5^n + (-1)^n \cdot 2^n}{n!(1 + (-1)^n) + 3}$

(f) $\frac{2^{2n} + (-1)^n \cdot 2^n}{n^4 \cdot 3^n - 2 \cdot 4^n}$

(12 Punkte)

15. Betrachte die Folge $(b_n) := \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \right)_{n \in \mathbb{N}}$. Zeige:

(a) Die Folge (b_n) ist streng monoton fallend und nach unten beschränkt.

(b) Die Folgen (b_n) und $(a_n) := \left(\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right)_{n \in \mathbb{N}}$ besitzen den selben Grenzwert.

(6+3 Punkte)

16. Finde eine Folge (a_n) mit jeweils folgender Eigenschaft:

(a) Die Folge (a_n) besitzt genau drei Häufungspunkte.

(b) Die Folge (a_n) besitzt unendlich viele Häufungspunkte.

(3+3 Punkte)