

## Übungen zu Analysis für Informatiker

(Abgabe: Montag, 14.06.2010, 16.10 Uhr, H22)

22. (a) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  sind folgende Funktionen stetig? Welche dieser Unstetigkeitsstellen sind stetig behebbar?

$$f(x) = \frac{x-3}{x^2-2x-3} \qquad g(x) = \frac{x^3+3x^2-6x-8}{x^2-x-2}$$

- (b) Bestimme  $a, b \in \mathbb{R}$  so, dass

$$f(x) = \begin{cases} e^x + a & \text{für } x \leq 0 \\ x^2 + b & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

bei  $x = 0$  stetig ist und  $f(1) = 5$  gilt.

(4+3 Punkte)

23. Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = x - [x] - \frac{1}{2} .$$

- (a) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist  $f$  stetig, für welche links- bzw. rechtsseitig stetig?  
(b) Skizziere den Graphen von  $f$  .

(4+2 Punkte)

24. Berechne folgende Grenzwerte, falls existent:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{x}{3}\right)}{x} \qquad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - 1}{x^2}$$

(3+3 Punkte)

25. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \log_3(x + 10) + x \cdot 3^x - 5 .$$

Zeige, dass  $f$  im Intervall  $[-1, 1]$  mindestens eine Nullstelle besitzt.

(6 Punkte)

26. Die Funktion  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  sei stetig auf  $[0, 1]$ . Zeige, dass es mindestens ein  $x_0 \in [0, 1]$  mit  $f(x_0) = x_0$  gibt.

Hinweis: Betrachte die Hilfsfunktion  $g(x) = f(x) - x$ .

(6 Punkte)