

Übungen zu Analysis für Informatiker

(Abgabe: Montag, 21.06.2010, 16.10 Uhr, H22)

27. Berechne mit Hilfe der Definition die Ableitung folgender Funktionen f .

(a) $f(x) = x^3$ (b) $g(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$

(6 Punkte)

28. Bestimme die Ableitung folgender Funktionen.

(a) $(2x-3)^4$ (b) $\sqrt{1+x^4}$ (c) $x^3 \cdot \sin(3x+2)$
(d) $e^{-3x} \cdot (x^3-2x)^2$ (e) $\frac{x^3}{2x+\sqrt{x}}$ (f) $\cos x \cdot x^2 \cdot e^{-2x}$
(g) $(\cos x)^{\sin x}$ (h) $\ln(x^{3x})$ (i) $\log_3(e^{2x+1})$
(j) 4^{x^2+2} (k) $\arccos x$ (l) $x \cdot \ln x - x$
(m) $\ln(\log_{x^2}(2^x))$ (n) $a^x \cdot x^a$

(14 Punkte)

29. Es sei für $n \in \{1, 2\}$ die Funktion $f_n(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f_n(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases} .$$

Untersuche f_n (in Abhängigkeit von n) auf Differenzierbarkeit in \mathbb{R} .

(5 Punkte)

30. Die Funktionen *Kosinus Hyperbolicus* $\cosh : \mathbb{R} \rightarrow [1, \infty)$ und *Sinus Hyperbolicus* $\sinh : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sind definiert durch

$$\cosh x := \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \text{und} \quad \sinh x := \frac{e^x - e^{-x}}{2} .$$

Zeige für $x, y \in \mathbb{R}$:

- (a) $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
- (b) $\sinh(x + y) = \sinh x \cdot \cosh y + \cosh x \cdot \sinh y$
- (c) $(\sinh x)' = \cosh x$ und $(\cosh x)' = \sinh x$

(5 Punkte)