

2. Klausur zur Analysis für Informatiker

14.10.2009, 16:00 - 18:00 Uhr

Zum Bestehen der Klausur werden zusammen mit den Quizpunkten insgesamt 50 Punkte benötigt. In der Klausur sind 100 Punkte erreichbar.

Hilfsmittel: Ein DIN A4 Blatt mit handschriftlichen Aufzeichnungen. Kein Taschenrechner.

Bearbeitungszeit: 120 Minuten

- (a) Berechne $(3A7D)_{HEX} + (528A)_{HEX}$.
(b) Bestimme in \mathbb{R} die Lösung der Betragsungleichung

$$|x| \leq |x - 2| .$$

(12 Punkte)

- Im Folgenden ist jeweils das n -te Glied einer Folge gegeben. Bestimme, falls existent, ihren Grenzwert.

(a)
$$\frac{2^n}{4 + n!(1 + (-1)^n)}$$

(b)
$$\frac{4^n + (-1)^n \cdot 3^n}{n^7 \cdot 2^n + 3 \cdot 4^n}$$

(12 Punkte)

- (a) Berechne mit Hilfe der **Definition** die Ableitung von

$$f(x) = \sqrt{x + 2} .$$

- (b) Differenziere folgenden Ausdruck nach x :

$$\ln \left(\sqrt[4]{2 + \sin(\pi x)} \right)$$

(12 Punkte)

- Bestimme das Maximum und Minimum von xe^{-2x} im Intervall $[0, 1]$.

(12 Punkte)

5. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(0) = 1$ durch

$$f(x) = e^{-x} - x^3 .$$

(a) Zeige, dass f umkehrbar ist.

(b) Berechne die Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle 1, also

$$(f^{-1})'(1)$$

.

(10 Punkte)

6. (a) Bestimme den Konvergenzradius folgender Potenzreihen.

$$(i) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!} \qquad (ii) \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{k}\right)^{k^2} x^k$$

(b) Untersuche folgende Reihen auf Konvergenz **und** absolute Konvergenz.

$$(i) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[3]{k}} \qquad (ii) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^{\frac{4}{3}}}$$

(18 Punkte)

7. Bestimme folgende Grenzwerte.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x(1 - \cos x)}$$

(12 Punkte)

8. (a) Bestimme die Stammfunktion von $\int \frac{1}{x(x+1)} dx$.

$$(b) \text{ Berechne } \int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^4}} dx .$$

(12 Punkte)