



Analysis I für Informatiker und Ingenieure

Übungsblatt Nr. 1

(Abgabe zu **zweit** am 27.04.2012 bis 8.15 Uhr im H3 vor der Übung.)

Für die Vergabe der Übungspunkte müssen Sie sich im SLC zu dieser Vorlesung anmelden.

Aufgabe 1

(1+1+1+1=4 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Summen

a) $\sum_{k=2}^6 (k-2)^2$

b) $\sum_{k=0}^{10} 1$

c) $\sum_{k=0}^{19} (2k+1)$

d) $\sum_{j=-20}^{20} j^5$

Aufgabe 2

(4 Punkte)

Sei $n \in \mathbb{N}$ und $n > 1$. Zeigen Sie folgende Aussage:

Wenn bei n Bahnhöfen jeweils zwei unterschiedliche Bahnhöfe durch eine Zugstrecke verbunden sind, dann gibt es insgesamt $\frac{(n-1)n}{2}$ Zugstrecken.

Aufgabe 3

(2+2=4 Punkte)

Zeigen Sie mit Hilfe der vollständigen Induktion die folgenden Aussagen

a) $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, (n \in \mathbb{N})$

b) $2^n \leq n! \quad \forall n \geq 5, (n \in \mathbb{N})$

Hierbei ist $n! := 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.

Aufgabe 4

(2+2+2=6 Punkte)

a) Welche der folgenden Aussagen sind für die Menge $A = \{1, 2, \{1\}\}$ wahr?

- i) $1 \in A$ ii) $1 \subset A$ iii) $\{1\} \in A$ iv) $\{1\} \subset A$ v) $2 \subset A$ vi) $\{1, 2\} \subset A$

b) Gegeben seien die Mengen

$A := \{\text{Schneewittchen, Dornröschen, Froschkönig, Aschenputtel, Hexe, Rotkäppchen}\}$

$B := \{\text{Hexe, Böser Wolf, Schneewittchen}\}$

$C := \{7 \text{ Zwerge, Froschkönig}\}$

Bilden Sie die Mengen: $A \cup B, A \setminus B, B \setminus A, \mathcal{P}(B), B \times C, (A \cap B) \cup C$.

c) Seien A und B Mengen mit $A \cap B = A$. Wie muss A gewählt werden, damit diese Aussage erfüllt ist?

Aufgabe 5

(2+2+2=6 Punkte)

Welche der folgenden Identitäten für Mengen A, B, C, D sind allgemein gültig? Beweisen oder widerlegen Sie die Identitäten.

a) $(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$

b) $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$

c) $A \setminus (A \setminus B) = B$