



Analysis I für Informatiker und Ingenieure

Übungsblatt Nr. 12

(Abgabe zu **zweit** am **12.07.2012 bis 12.10 Uhr** im Briefkasten vor dem H3 (unterstes Fach!))

Bitte melden Sie sich bis zum 10.07. im Hochschuldienstportal für die Vorleistung an. Um zur Prüfung zugelassen zu werden, benötigen Sie 150 Übungspunkte.

Aufgabe 56

(3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\sin x = 1 - \tan x$$

im Intervall $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ mindestens eine Lösung besitzt.

Aufgabe 57

(1+1+1+1=4 Punkte)

Geben Sie ein Beispiel für eine Funktion f ohne Maximum an, wobei für f mit $a, b \in \mathbb{R}$ gelten soll

- a) $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, f stetig
b) $f : [a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, f stetig
c) $f : [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, f stetig
d) $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, f unstetig

Aufgabe 58

(2+2+2+2+2=10 Punkte)

Überprüfen Sie die folgenden Funktionen auf Stetigkeit bei $x_0 = 0$.

- a) $f_1(x) := \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ 1 & , x \geq 0 \end{cases}$
b) $f_2(x) := \begin{cases} \frac{\cos x - 1}{x^2} & , x \neq 0 \\ -\frac{1}{2} & , x = 0 \end{cases}$
c) $f_3(x) := \frac{x^4 - 1}{x + 1}$
d) $f_4(x) := \begin{cases} \cos \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$
e) $f_5(x) := \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$

Aufgabe 59

(2+2+2=6 Punkte)

Berechnen Sie $f'(a)$ mit Hilfe des Grenzwerts $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ für

- a) $f(x) = 3x^3 + 2x$, a beliebig
b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $a \neq 0$ beliebig
c) $f(x) = \sqrt{x}$, $a > 0$ beliebig

Aufgabe 60

(2 Punkte)

Sei f eine Funktion mit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ und I ein Intervall, das die Null enthält. Für ein $a > 1$ gelte $|f(x)| \leq |x|^a$ für alle $x \in I$. Zeigen Sie, dass f in $x_0 = 0$ differenzierbar ist mit $f'(0) = 0$.