ulm university universität **uulm**

Dr. Gerhard Baur
Matthias Zimmermann
Sommersemester 2012

Analysis I für Informatiker und Ingenieure
Übungsblatt Nr. 4

(Abgabe zu **zweit** am 18.05.2012 bis 8.10 Uhr im Briefkasten vor dem H3 (unterstes Fach!))

Aufgabe 16 (2+2+2+2=8 Punkte)

Betrachten Sie die Menge $M \coloneqq \left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} \mid n, m \in \mathbb{N} \right\}$. Bestimmen Sie, falls existent

a) $\inf M$, b) $\min M$, c) $\sup M$, d) $\max M$

und beweisen Sie Ihre Aussage.

Aufgabe 17 (2+1=3 Punkte)

a) Zeigen Sie analog zum Beweis der Irrationalität von $\sqrt{2}$ von Euklid, dass $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$.

b) Woran scheitert dieser Beweis, wenn man $\sqrt{4} \notin \mathbb{Q}$ zeigen will.

Aufgabe 18 (2 Punkte)

Gegeben seien die rationalen Zahlen a, b, c und d mit $ad - bc \neq 0$. Zeigen Sie, dass für $x \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$ auch

$$w \coloneqq \frac{ax + b}{cx + d} \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Q}$$

gilt.

Aufgabe 19 (2+2+2+2=8 Punkte)

Berechnen Sie die Real- und Imaginärteile und die Beträge der folgenden komplexen Zahlen.

a) $(2+i)^2$ b) $\frac{i-3}{2+i}$ c) $(3-i)(1+i)\overline{(3-i)}$ d) $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{108}$

Aufgabe 20 (3 Punkte)

Beweisen Sie für reelle $x_i \geq -1 \; \forall i \in \{1, ..., n\}$ mit $n \in \mathbb{N}$ die folgende Verallgemeinerung der Bernoullischen Ungleichung

$$\prod_{i=1}^{n} (1 + x_i) \geq 1 + \sum_{i=1}^{n} x_i$$

mit $\prod\limits_{i=1}^{n} (1 + x_i) \coloneqq (1 + x_1) \cdot (1 + x_2) \cdot ... \cdot (1 + x_n)$ und $x_i x_j \geq 0 \, \forall i, j \in \{1, ..., n\}$.