ulm university universität uulm

Dr. Gerhard Baur
Matthias Zimmermann
Sommersemester 2012

Analysis I für Informatiker und Ingenieure
Übungsblatt Nr. 8

(Abgabe zu **zweit** am 15.06.2012 bis 8.10 Uhr im Briefkasten vor dem H3 (unterstes Fach!))

Aufgabe 36 (Wiederholung) (2+2+2+2=8 Punkte)

a) Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Zahlenebene
   i) $A \coloneqq \{z \in \mathbb{C} : |z-3| \leq |z|\}$
   ii) $B \coloneqq \{z \in \mathbb{C} : |z-2| = |z+i|\}$
   iii) $C \coloneqq \{z \in \mathbb{C} : |z-i+1| \leq 2, \Re(z) \leq \Im(z)\}$

b) Wieso ist der folgende Beweis für den Körper $\mathbb{C}$ falsch?
Behauptung: $1 = -1$ in $\mathbb{C}$.
Beweis: $1 = \sqrt{1} = \sqrt{(-1)\cdot(-1)} = \sqrt{(-1)} \cdot \sqrt{(-1)} = i \cdot i = i^2 = -1$.

Aufgabe 37 (2 Punkte)

Zeigen Sie, dass für eine konvergente Folge (a_n) $(n \in \mathbb{N})$ mit positiven Folgenglieder a_n

$$\lim_{n\to\infty} a_n = a \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{a}$$

gilt.

Aufgabe 38 (2 Punkte)

Seien (a_n) und (b_n) $(n \in \mathbb{N})$ zwei konvergente Folgen mit $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ und $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = b$.
Zeigen sie, dass

$$\lim_{n\to\infty} \max\{a_n, b_n\} = \max\{a, b\}$$

gilt.

Aufgabe 39 (3+3=6 Punkte)

Die Fibonacci-Zahlen F_n $(n \in \mathbb{N}_0)$ sind als rekursive Folge definiert durch $F_0 \coloneqq 0$, $F_1 \coloneqq 1$ und $F_{n+1} \coloneqq F_n + F_{n-1}$ $(n \geq 1)$.

a) Zeigen Sie, dass sich diese Folge für $n \in \mathbb{N}_0$ explizit in der Form

$$F_n = \frac{c_1^n - c_2^n}{\sqrt{5}}$$

darstellen lässt und geben Sie die Konstanten c_1 und c_2 an.

b) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}$$

und recherchieren Sie, wie dieser Grenzwert in der Literatur bezeichnet wird.

Aufgabe 40 (2 Punkte)

Berechnen Sie den Grenzwert der Folge (a_n) $(n \in \mathbb{N}_0)$ mit $a_0 \coloneqq 2$ und $a_{n+1} \coloneqq \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{2}{a_n}\right)$.