Gerhard Baur
Matthias Heinlein
Marcus Heitel

Sommersemester 2014
27. Mai 2014
Blatt 6

Übungen zu Mathematische Grundlagen der Ökonomie 2

(www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ss14/mgdoe2.html)

(Abgabe und Besprechung am Donnerstag, den 04.06.14 um 14:00 im H4/5)

23. (a) Berechne $x^T A x$ für

   (i) $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ und $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

   (ii) $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ und $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

   (b) Bestimme umgekehrt eine Matrix A mit

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}^T A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 3x^2 - 6xy + 8xz + y^2 - 5yz + 2z^2.$$

(2+2+2=6 Punkte)

24. Sei A eine (n,n)-Matrix und $B = \frac{1}{2}(A + A^T)$.

   (a) Zeige, dass B symmetrisch ist.

   (b) Zeige, dass $q_A(x) = x^T A x = x^T B x = q_B(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}^n$ gilt.

(2+3=5 Punkte)

25. Prüfe, ob folgende Vektoren aus dem $\mathbb{R}^4$ linear unabhängig sind:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \ a_2 = \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \ a_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \ a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(4 Punkte)

26. Untersuche folgende quadratische Formen bzw. Matrizen auf Definitheit:

   (a) $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

   (b) $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

   (c) $q_C(x, y) = x^2 - 6xy + 9y^2$

   (d) $q_D(x, y) = -x^2 + 2xy - 2y^2$

(1+1+1+1=4 Punkte)

27. Bestimme und klassifiziere, falls möglich, die lokalen Extrema von
$f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1^2 + 2x_1x_2 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 2x_3^2 - 4x_1 + 2x_2 - 4x_3$.

(6 Punkte)