Dr. Gerhard Baur
Erik Hintz
Sommersemester 2017
24 Punkte

Analysis 1 für Informatiker und Ingenieure

- Übungsblatt 7 -

Abgabe: Freitag, den 9.6.2017 um 08:10 im Hörsaal 22

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Bestimme mit der *Definition der Ableitung* die Ableitung von

(a) $f(x) = \sqrt{x}$ an einer Stelle $a > 0$.

(b) $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ an einer Stelle $a \neq 1$.

Aufgabe 2: (9 Punkte)

Bestimme den natürlichen Definitionsbereich D der folgenden Funktionen sowie jeweils die Ableitung nach x und den natürlichen Definitionsbereich D' der Ableitung.

(a) $f(x) = (3x+1)^4$

(b) $f(x) = x\ln(x^2+1) - x$

(c) $f(x) = \sin(x)^{\cos(x)}$

(d) $f(x) = x^x$

(e) $f(x) = x^2 e^{\sqrt{x}}$

(f) $f(x) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}+1}$

(g) $f(x) = \dfrac{3^x}{3^{x-1}}$

Bemerkung: Die Definitionsbereiche dürfen ohne Begründung angegeben werden. Für die Berechnung der Ableitungen dürfen alle Regeln aus der Vorlesung benutzt werden - hier ist nirgendwo eine Ableitung mit der Definition nötig!

Aufgabe 3: (5 Punkte)

Zeige, dass die Funktion $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$h(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right), \text{ falls } x \neq 0 \\ 0, \text{ falls } x = 0 \end{cases}$$

überall stetig und differenzierbar ist und berechne die Ableitungsfunktion.
Gib zusätzlich die Gleichung der Tangente von h an der Stelle $x = \dfrac{1}{\pi}$ an.

Aufgabe 4: (3 Punkte)

Für welche $a, b \in \mathbb{R}$ ist duch

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + 3x, \text{ falls } x \leq 2 \\ x^2 - bx, \text{ falls } x > 2 \end{cases}$$

eine auf ganz $\mathbb{R}$ differenzierbare Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert?

Dr. Gerhard Baur
Erik Hintz
Sommersemester 2017
24 Punkte

Aufgabe 5: (4 Punkte)

Es sei die Funktion $\chi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ wie in Blatt 6 gegeben durch

$$\chi(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q} \\ 0, & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

Wir betrachten nun die Funktionen

$$f(x) = \chi(x);\ g(x) = x \cdot \chi(x);\ h(x) = x^2 \cdot \chi(x)$$

Überprüfe die Funktionen f, g und h auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit an der Stelle 0.