Dr. Gerhard Baur
B.Sc. Pascal Heiter
Universität Ulm

Höhere Mathematik III für Ingenieure
WiSe 2010/11

Übungsblatt 4

(Abgabe und Besprechung: Mittwoch 08. Dezember 2010 um 8 Uhr c.t., O27/2203)

"Seit die Mathematiker über die Relativitätstheorie hergefallen sind, verstehe ich sie selbst nicht mehr."
- Albert Einstein (1879 -1955), theoretischer Physiker

Aufgabe 20 *(Induzierte Norm)* (2 + 2 = 4 Punkte)

Es sei $V = \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, dass

(i) $||x||_\infty$

(ii) $||x||_1$

nicht durch ein Skalarprodukt induziert werden.

Aufgabe 21 *(Orthogonale Projektion)* (4 Punkte)

Es sei $V = C([0, 2\pi])$ mit dem Skalarprodukt

$$\langle f, g\rangle := \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(t)g(t)dt$$

versehen und $U = \operatorname{span}\{1, \cos(t), \cos(2t), \sin(t), \sin(2t)\}$. Berechnen Sie die orthogonale Projektion $\tilde{f}(t)$ von

$$f(t) = t + 1$$

in den Unterraum U.

Aufgabe 22 *(Matrizen)* (4 Punkte)

Es seien

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie alle möglichen Matrixprodukte.

Aufgabe 23 *(Gauß Algorithmus)* (4 + 4 = 8 Punkte)

Lösen Sie folgende lineare Gleichungssysteme $Ax = b$ mittels Gauß Algorithmus. Geben Sie die Dimension von $\ker(A)$ an und bestimmen Sie die Lösungsgesamtheit.

(i) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

(ii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ und $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

Aufgabe 24 *(Lösbarkeit)* (5 Punkte)

Bestimmen Sie den Parameter $t \in \mathbb{R}$ so, dass das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 11 \\ -1 & 2 & t \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 6 \\ 21 \\ 3t \end{pmatrix}$$

(i) eindeutig lösbar

(ii) universell lösbar

ist und geben Sie die Lösungsgesamtheiten an.

Aufgabe 25 *(Magisches Quadrat)* (5 Punkte)

Es sei folgendes Schema gegeben

$*$	9	$*$
$*$	$*$	$*$
$*$	$*$	$*$

Bestimmen Sie alle unbekannten Einträge (in $\mathbb{Z}$), sodass gilt

(i) Zeilensummen haben den Wert 15

(ii) Spaltensummen haben den Wert 15

(iii) Diagonalsummen haben den Wert 15.

Aufgabe 26 *(Elektrisches Netzwerk)* (5 Punkte)

Es sei ein Schaltplan wie in Abb. 1 gegeben, mit

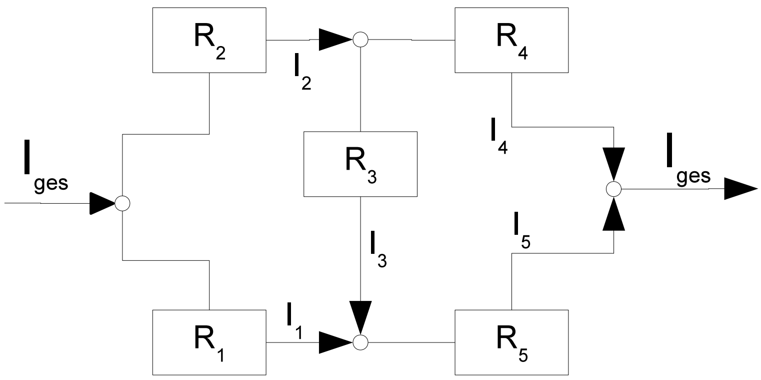

Abbildung 1: Schaltplan

$$R_1 = 10\,\Omega, \quad R_2 = 10\,\Omega, \quad R_3 = 15\,\Omega, \quad R_4 = 10\,\Omega, \quad R_5 = 10\,\Omega \qquad \text{und} \qquad I_{ges} = 50\,A$$

als bekannte Größen. Man ist an den Werten von I_1, I_2, I_3, I_4 und I_5 interessiert. Stellen Sie mit Hilfe der KIRCHHOFF'schen Gesetze (*siehe auch* `http://de.wikipedia.org/wiki/Kirchhoffsche_Regeln`) für gerichtete Gleichströme ein lineares Gleichungssystem auf und lösen Sie es.

Mehr Informationen zur Vorlesung und Übung finden Sie auf

`http://www.uni-ulm.de/mawi/sgm/baur/wintersemester-201011/hm3ing.html`