ulm university universität uulm

Dr. Gerhard Baur
Manuel Bernhard
Wintersemester 2011/2012

Übungsblatt 1

Lineare Algebra für Informatiker und Ingenieure

(Abgabe ist zu **zweit** am 31.10.2011 um 12:10 Uhr in H22 **vor** der Übung)

Man beachte für die Abgabe der Übungsblätter folgende Punkte:

- Einzelne Blätter des Lösungsvorschlags sind zusammen zu heften.
- Auf die erste Seite gehören gut leserlich der Vor- und Zuname und der Benutzername für das SLC beider Abgabepartner. Diese Daten sind für eine eindeutige Zuordnung nötig.
- Das Blatt ist vor Beginn der Übung abzugeben. Danach abgegebene Blätter werden nicht gewertet.

Aufgabe 1 (*Einfache Ableitungen*) (1+1+1)
Man berechne die Ableitungen der folgenden Funktionen $f : x \mapsto f(x)$.

(a) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ (b) $f(x) = \ln\left(x^2 \sin x\right)$ (c) $f(x) = x^{x \ln x}$

Aufgabe 2 (*Partielles Differenzieren*) (2+2+2)
Bilden Sie die partiellen Ableitungen

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

für die Funktionen

(a) $f(x,y) = \sin x \cos y$ (b) $f(x,y) = \ln(x \cos y)$ (c) $f(x,y) = y^x + \tan x + \ln y^2$.

Aufgabe 3 (*Wellengleichung - partielle Ableitung*) (2)
Man sagt eine (zweifach differenzierbare) Funktion

$$u : (x,t) \mapsto u(x,t)$$

löst die Wellengleichung, wenn

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x,t) = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,t)$$

für alle $x, t \in \mathbb{R}$ gilt. Dabei ist $c > 0$ die Ausbreitungsgeschwindigkeit. Man zeige, dass für (zweifach differenzierbare) Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ die Funktion

$$u : (x,t) \mapsto f(x+ct) + g(x-ct)$$

die Wellengleichung löst.
Schöner Fakt: Jede Lösung der Wellengleichung schreibt sich in dieser Form. Dies müssen Sie hier nicht zeigen. Dazu fehlt Ihnen eine weitere Ableitungsregel. Den Term $f(x+ct)$ interpretiert man als Wellenbewegung in negative Richtung und entsprechend $g(x-ct)$ in die

Bitte wenden!

positive Richtung. Die Lösung ist also stets eine Überlagerung von zwei einfachen Wellenbewegungen.

Aufgabe 4 (*Unbestimmte Integrale*) (1+1+1+1+1+1+1+1+1)

Man berechne die folgenden unbestimmten Integrale.

(a) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2-1}\,dx$ (b) $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}\,dx$ (c) $\displaystyle\int \ln x\,dx$

(d) $\displaystyle\int e^{x-x\ln x}\ln x\,dx$ (e) $\displaystyle\int x\,(\ln x)^2\,dx$ (f) $\displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2-x-2}\,dx$

(g) $\displaystyle\int e^{2x}\sin 3x\,dx$ (h) $\displaystyle\int \frac{x}{x^2+1}\,dx$ (i) $\displaystyle\int \frac{\sin x\,(\cos x\sin x-1)}{\sin^3 x+3\cos x+1}\,dx$