ulm university universität uulm

Dr. Gerhard Baur
Manuel Bernhard
Wintersemester 2011/2012

Übungsblatt 14

Lineare Algebra für Informatiker und Ingenieure
(**keine** Abgabe - Lösung findet sich am üblichen Ort)

Aufgabe 1 (*unitäre Diagonalisierung*) (0)
Man entscheide, ob die folgenden Matrizen unitär diagonalisierbar sind und führe gegebenenfalls die Diagonalisierung durch.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad, C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ -i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 (*quadratische Formen*) (0)
Es sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Man skizziere die Menge $\{x : \ q_A(x) = 1\}$.
(b) Man führe eine Diagonalisierung $A = U\Lambda U^T$ durch.
(c) Man skizziere die Menge $\{y : \ q_\Lambda(y) = 1\}$.
(d) Man erkläre, wie man die Menge aus (c) in die Menge aus (a) überführen kann und warum dies so funktioniert.

Aufgabe 3 (*positiv Definite Matrizen*) (0)
Man untersuche die folgenden Matrizen auf Definitheit.

$$A = CC^T, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & e & 1 & 9 \\ 2 & \pi & 3 & -1 & 0 \\ e & 3 & \pi^3 & \pi & 2 \\ 1 & -1 & \pi & -1 & -1 \\ 9 & 0 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -9 & -4 & 1 \\ -4 & -5 & 0 \\ 1 & 0 & -6 \end{pmatrix} \text{ und } D = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -3 \\ 4 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4 (*Produkt positiv definiter Matrizen*) (0)

(a) Ist das Produkt positiv definiter Matrizen wieder positiv definit?
(b) Es sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ eine beliebige Matrix und $B \in \mathbb{R}^{n,n}$ positiv semidefinit symmetrische Matrix. Man zeige, dass dann auch $A^T BA$ positiv semidefinit ist.