



Maßtheorie - Übungsblatt 10
(Abgabe: Mittwoch, 09. Januar 2013 vor der Übung.)

Aufgabe 23 (Grenzwertes für monoton fallende Folgen)

(5+5=10 Punkte)

Sei der Maßraum $(\mathbb{R}, \mathcal{A}_{\lambda^*}, \lambda)$ gegeben. Zeigen Sie für

a) $f_n = \chi_{[n, \infty)}$

b) $f_n = \frac{1}{n} \chi_{[0, n]}$.

dass f_n gegen eine Grenzfunktion f , aber $\int f_n d\lambda$ nicht gegen $\int f d\lambda$ konvergiert.

Aufgabe 24 (Vertauschung des Grenzwertes für integrierbare Funktionen)

(10 Punkte)

Sei $f_n \in \mathcal{L}(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$ mit $\mu(\Omega) < \infty$ und $f_n \rightarrow f$ glm. auf Ω . Zeigen Sie

$$f \in \mathcal{L}(\Omega, \mathcal{A}, \mu)$$

und es gilt

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int f_n d\mu = \int f d\mu.$$

Warum kann auf die Voraussetzung eines endlichen Maßes nicht verzichtet werden?

**Wir wünschen Ihnen und Ihren Familien ein frohes
Fest und einen guten Rutsch ins Jahr 2013!**

