

Übungen zu Analysis 3

(<https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/ana3.html>)

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 21.10.14 um 16:00 Uhr im H12)

1. Es seien a_k, b_k die Fourier-Koeffizienten einer stetig differenzierbaren (2π -periodischen) Funktion $f: [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie:

$$a_k = \mathcal{O}\left(\frac{1}{k}\right) \quad \text{und} \quad b_k = \mathcal{O}\left(\frac{1}{k}\right)$$

Bemerkung: $f(n) = \mathcal{O}(g(n))$, falls $\exists C > 0, \exists n_0 \in \mathbb{N}$, sodass $|f(n)| \leq C \cdot |g(n)| \quad \forall n \geq n_0$.

(6 Punkte)

2. a) Berechnen Sie die der Funktion $f(x) = \begin{cases} 5 & 0 < x < \pi \\ 0 & x = 0 \text{ oder } x = \pm\pi \\ -3 & -\pi < x < 0 \end{cases}$

(natürlich 2π -periodisch fortgesetzt) zugeordnete Fourierreihe, und plotten Sie die Partialsummen für $n = 1, 5, 10$ (zum Beispiel mit Maple oder Matlab).

- b) Berechnen Sie die der Funktion $f(x) = x^2$ (natürlich 2π -periodisch fortgesetzt) zugeordnete Fourierreihe, und plotten Sie die Partialsummen für $n = 1, 3, 5$.

(5+5=10 Punkte)