Gerhard Baur
Jonas Eckert
Marcus Heitel

Wintersemester 14/15
11. November 14
Blatt 5

Übungen zu Analysis 3

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 18.11.14 um 16:00 Uhr im H12)

7. Berechnen Sie die Fouriertransformierte zu $f(x) = e^{-\alpha|x|}$ für $\alpha > 0$. (6 Punkte)

8. Wir definieren die *Laplacetransformation von* f als $\mathcal{L}f(s) = \int\limits_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$, falls existent, für $s \in \mathbb{C}$. Zeigen Sie:

   a) Für $\mathrm{Re}(s) > \mathrm{Re}(\alpha)$ existiert die Laplacetransformierte von $f(t) = e^{\alpha t}$. Berechnen Sie diese.

   b) Dieser Operator ist linear, d.h. $\mathcal{L}(\alpha f + \beta g)(s) = \alpha\mathcal{L}f(s) + \beta\mathcal{L}g(s)$.

   c) Es gilt: $\mathcal{L}(f')(s) = s\mathcal{L}f(s) - f(0)$, falls f differenzierbar ist und $\lim\limits_{t\to\infty} f(t)e^{-st} = 0$.

   d) Benutzen Sie nur die vorhergehenden Teilaufgaben um folgende DGL zu lösen:

$$f'(t) = -f(t) + 1 \qquad \text{mit} \qquad f(0) = 0.$$

(3+1+2+4=10 Punkte)