Gerhard Baur
Jonas Eckert
Marcus Heitel

Wintersemester 14/15
25. November 14
Blatt 7

Übungen zu Analysis 3

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 2.12.14 um 16:00 Uhr im H12)

11. Seien $f, g \in BV[a,b]$. Zeige, dass dann auch $f \cdot g \in BV[a,b]$ gilt. (4 Punkte)

12. Zeige folgende Aussagen:

    (a) Ist die Reihe $\sum a_k$ konvergent und die Folge (b_k) monoton und beschränkt, so konvergiert $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k b_k$.

    (b) Ist die Folge der Partialsummen von (a_k) beschränkt und konvergiert (b_k) monoton gegen 0, so konvergiert $\sum\limits_{k=1}^{\infty} a_k b_k$.

    (2+2=4 Punkte)

13. Auch für Riemann-Stieltjes-Integrale gibt es Mittelwertsätze. Zeige:

    (a) Es existiere $\int\limits_a^b f\,dg$, f sei beschränkt und g (o.B.d.A) monoton wachsend. Dann gibt es ein $m \in [\inf f, \sup f]$ mit

    $$\int\limits_a^b f\,dg = m\,(g(b) - g(a))\,.$$

    Bemerkung: Ist f stetig, so gilt $m = f(\xi)$ für ein geeignetes $\xi \in [a,b]$.

    (b) Sei f monoton wachsend und g stetig auf $[a,b]$. Dann gibt es ein $\xi \in [a,b]$ mit

    $$\int\limits_a^b f\,dg = f(a) \int\limits_a^{\xi} dg + f(b) \int\limits_{\xi}^{b} dg.$$

    (4+4 = 8 Punkte)