

Übungen zu Analysis 3

(Abgabe und Besprechung am Dienstag, den 21.01.15 um 16:00 Uhr im H12)

20. Berechne die Oberflächenintegrale (1. bzw. 2. Art) zu folgenden Funktionen und Flächen:

a) $g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ und $\mathcal{F} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} : u^2 + v^2 \leq 1 \right\}$

b) $g(x, y, z) = (x, y, z)$ und \mathcal{F} sei gegeben durch den Schnitt der Ebene $x + 2y + 3z - 4 = 0$ mit dem ersten Oktanten $x, y, z \geq 0$.

(5+5 = 10 Punkte)

21. Als Vorbereitung für eine kommende Übungsaufgabe, wollen wir den folgenden Satz beweisen:

Sei $K \subset \mathbb{R}^n$ kompakt und $f : K \times [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Weiter existiere $\frac{\partial f}{\partial t}(\cdot, \cdot)$ und sei stetig auf $K \times [a, b]$. Zeige:

Die Funktion $F(t) = \int_K f(x, t) dx$ ist nach t differenzierbar und es gilt für $t \in [a, b]$:

$$F'(t) = \int_K \frac{\partial f}{\partial t}(x, t) dx$$

(6 Punkte)

