

Übungen zur Linearen Optimierung und Differentialgleichungen

(<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws14150/linopt.html>)

(Abgabe und Besprechung am Mittwoch, den 14.01.15 um 14:00 im H12)

19. Löse die folgenden Differentialgleichungen:

(a) $\dot{x}(t) = \frac{3}{t} \cdot x(t)$ mit $x(1) = 1$.

(b) $\dot{x}(t) = \frac{t}{t^2+1} \cdot x(t)$ mit $x(0) = 1$.

(5 Punkte)

20. Die Differentialgleichung aus 19a) wird nun verändert zu

(a) $\dot{x}(t) = \frac{3}{t} \cdot x(t) + u(t)$ mit $x(1) = 1$. Was ergibt sich für die Funktion x , wenn man für u die folgenden Beschleunigungs- oder Bremsvorgänge einsetzt?

Variante	Beschleunigung	Bremse
a	$u(t) \equiv 1$	$u(t) \equiv -1$
b	$u(t) = t^3$	$u(t) = \frac{1}{t^3}$

(b) $\dot{x}(t) = (\frac{3}{t} \cdot u(t)) \cdot x(t)$ mit $x(1) = 1$ (Veränderung von innen heraus). Wie sieht die Lösung aus für $u(t) = t$, $u(t) = \sqrt{t}$ und $u(t) = \frac{1}{t}$.

Kann man mit geeignetem $u(t)$ auch eine konstante Lösung $x(t)$ erzwingen?

(5 Punkte)

21. Das Modell

$$\dot{K}(t) = 0.07K(t) - (8000 + \lambda t^2) \quad \text{mit} \quad K_0 = 100000$$

beschreibe die Restschuld $K(t)$ bei einem Kredit in Höhe von 100000 bei 7% Verzinsung und einer Rückzahlung von $8000 + \lambda t^2$.

Wie hoch muss der Faktor λ gewählt werden, damit der Kredit in 20 Jahren zurückgezahlt ist?

(5 Punkte)

22. Löse die folgenden Differentialgleichungen:

(a) $\dot{x}(t) = x(t)(x(t) - 1)(x(t) - 2)$ mit $x(0) = 3$,

(b) $\dot{x}(t) = \sqrt{1 - x(t)^2} \cdot t \cdot \ln(t + 1)$.

(5 Punkte)

23. Löse $\dot{x}(t) = \alpha(t) \cdot x(t) - \beta(t) \cdot x(t)^\gamma$ mit $x(0) = \frac{1}{2}, \gamma = 4$ für

(a) $\alpha(t) = 1, \beta(t) = 1$,

(b) $\alpha(t) = 1, \beta(t) = t$

(c) $\alpha(t) = t, \beta(t) = t$

Untersuche auch jeweils das Verhalten für $t \rightarrow \infty$.

(5 Punkte)