

Übungen zur Angewandten diskreten Mathematik

(<https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws1516/angewandte-diskrete-mathematik.html>)

(Abgabe und Besprechung am Freitag, den 20.11.15 um 14:15 in H22)

7. Sei (G, \circ) eine Gruppe. Zeige die folgenden Behauptungen.

- (a) Wenn $g \circ g = e$ für alle $g \in G$ gilt, so ist (G, \circ) abelsch.
- (b) Seien $a, b, c \in G$. Wenn $a \circ b = a \circ c$ gilt, so ist $b = c$.
- (c) Ist $a \circ b = e$ für $a, b \in G$, so gilt: $b = a^{-1}$.
- (d) Für alle $g \in G$ gilt $(g^{-1})^{-1} = g$.
- (e) Für alle $a, b \in G$ gilt $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.

(10 Punkte)

8. Zeige für jede der folgenden Strukturen, ob sie eine Gruppe bildet oder nicht. Hier ist mit $+$ bzw. $-$ die normale Addition bzw. Subtraktion in \mathbb{Z} gemeint und mit \bullet die normale Matrix-Multiplikation in \mathbb{Z}^2 .

- (a) (\mathbb{Z}, \circ) mit $a \circ b := a + b - 4$ für alle $a, b \in \mathbb{Z}$.
- (b) (\mathbb{Z}, \circ) mit $a \circ b := a - b$ für alle $a, b \in \mathbb{Z}$.
- (c) $\left(\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{Z}, ad - bc = 1 \right\}, \bullet \right)$

(7 Punkte)

9. (a) Der 20. November 2015 ist ein Freitag. Berechne, auf welchen Wochentag der 20. November im Jahr 2016 und 2017 jeweils fällt.

- (b) Berechne 13^{-1} in \mathbb{Z}_{71} und löse die Kongruenz $13x \equiv 54 \pmod{71}$.
- (c) Berechne die vollständige Multiplikationstabelle für \mathbb{Z}_7 .

(7 Punkte)

10. (a) Zeige, dass $2^m + 1$ für ein $m \in \mathbb{N}$ nur dann eine Primzahl sein kann, wenn $m = 2^k$ für ein $k \in \mathbb{N}$ ist.

- (b) Zeige, dass $2^m - 1$ für ein $m \in \mathbb{N}$ nur dann eine Primzahl sein kann, wenn m eine Primzahl ist.

(6 Punkte)