Gerhard Baur
Matthias Heinlein
Marcus Heitel

Wintersemester 2015/2016
12. Oktober 2015
Blatt 1

# Übungen zu Analysis 2

(https://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/baur/ws1516/analysis-2.html)

**Abgabe bis zum 20.10.15 12:15 Uhr im H14**

Dieses Blatt besteht teilweise aus Stoff von Analysis 1, der nochmals eingeübt bzw. wiederholt werden soll.

1. Berechne, falls existent, folgende Grenzwerte:

   (a) $\lim_{x\to\pi} \frac{\sin x}{x-\pi}$ (b) $\lim_{x\to 1} \frac{e^{x^2}-e}{x^3-5x+2}$

   (c) $\lim_{x\to\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}-1}{\pi - 2\arctan x}$ (d) $\lim_{x\to 0+} x^{\sqrt[3]{x}}$

   (je 2 Punkte)

2. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit genau einer Nullstelle $x_0$ der Ableitung, d.h. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$. Zeige: Ist $x_0$ lokales Minimum von $f$, dann ist es auch globales Minimum.

   (6 Punkte)

3. (i) Bestimme $f^{(k)}(x)$ für $k \in \mathbb{N}$ und das $n-$ te Taylorpolynom $P_n(x)$ für
   (a) $f(x) = \sinh(x)$ um $a = 0$
   (b) $f(x) = x^4$ um $a = 1$
   (c) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ um $a = 0$
   (d) $f(x) = e^x$ um $a = \log(2)$ .
   Für welche $x$ gilt jeweils $R_n(x) \to 0$ für $(n \to \infty)$ ?

   (ii) Bestimme $n \in \mathbb{N}$ , sodass $R_n(0.1) < 10^{-5}$ für Teil (a).

   (je 2 Punkte in (i), 2 Punkte für (ii))

4. Sei $f \in C_2(\mathbb{R})$ eine Funktion mit $f''(x) + f(x) = 0 \;\; \forall x \in \mathbb{R}$ und $f(0) = 0,\; f'(0) = \beta \in \mathbb{R}$ . Zeige, dass $f \in C_\infty(\mathbb{R})$ und $f(x) = \beta \sin(x) \;\; \forall x \in \mathbb{R}$ .
   *Hinweis für den zweiten Teil:* Wie sieht $f^{(n)}(0)$ aus und gilt $R_n(x) \to 0$ für $n \to \infty$ ?

   (6 Punkte)