Universität Ulm
Gerhard Baur
Bianca Jaud

Übungen zum Seminar
Grundlagen der Mathematik
Blatt 7
Abgabe: Dienstag 01.12.2015

Aufgabe 1 (3 + 3 = 6 Punkte)

Beweisen Sie folgenden die Teilbarkeitsregeln durch 11 und 19:

(a) Sei n in Dezimaldarstellung wie in b) gegeben. Dann gilt

$$11|n \Leftrightarrow 11|\sum_{k=0}^{r}(-1)^k a_k$$

(b) Gegeben sei n in Dezimaldarstellung, also $n = \sum_{k=0}^{r} a_k 10^k$ mit Ziffern $a_k \in \{0, 1, ..., 9\}$. Bilden Sie L indem Sie bei n die Einerziffer a_0 streichen und das Doppelte von a_0 addieren. n ist genau dann durch 19 teilbar, wenn $19|L$.

Aufgabe 2 (2 + 3 + 3 = 8 Punkte)

(a) Benennen Sie alle Restklassen modulo 7.

(b) Bestimmen Sie das multiplikative Inverse mit Hilfe des euklidischen Algorithmus

  i) von 31 in $\mathbb{Z}_{97}$

  ii) von 359 in $\mathbb{Z}_{457}$

(c) Berechnen Sie den ggT (größter gemeinsamer Teiler) stellen Sie ihn als Linearkombination der beiden Zahlen dar

  i) von 1001 und 132

  ii) von 1615 und 1173

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Sei $n = \sum_{k=0}^{r} a_k 2^k$ eine Zahl im Zweiersystem dargestellt mit $a_k \in \{0, 1\}$. Dann kann man für $x \in \mathbb{N}$ schreiben $x^n = \prod_{k=0}^{r} x^{a_k 2^k}$ und x^{2^k} kann man durch sukzessives Quadrieren schnell bekommen (z.B. $2^{21} = 2^{16} \cdot 2^4 \cdot 2$ und $2^2 = 4$, $2^4 = 4^2 = 16$, $2^8 = 16^2 = 256$, $2^{16} = 65536$). Berechnen Sie damit effizient $98^{47} \mod 209$.

Man darf nicht das, was uns unwahrscheinlich und unnatürlich erscheint, mit dem verwechseln, was absolut unnmöglich ist.
Carl Friedrich Gauss (1777 - 1855)