Dr. Gerhard Baur
Erik Hintz
WS 2016/2017
24 Punkte

Lineare Algebra für Informatiker und Ingenieure
- Übungsblatt 11 -

Abgabe: Montag, den 16.1.2017 um 12:15 im Hörsaal innere Medizin

Übungsblätter bitte **zu zweit** abgeben!

Aufgabe 1: (6 Punkte)

(a) Bestimme im Falle der Existenz die Inverse folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -2 \\ 7 & 2 & 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}$$

(b) Es sei

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Löse, falls möglich, die Matrixgleichung $YC = F$ und das Gleichungssystem $Ax = b$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Für welche Werte $t \in \mathbb{R}$ ist die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ -3 & -6-3t & -9 \\ -1 & 3t-2 & t^2 \end{pmatrix}$$

invertierbar? Bestimme die Inverse A^{-1} in Abhängigkeit von diesen t.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Auf der Menge $\mathbb{K}^{n,n}$ der quadratischen Matrizen betrachten wir folgende Relation: für $A, B \in \mathbb{K}^{n,n}$ ist

$$A \sim B :\Leftrightarrow \exists S \in GL_n(\mathbb{K}) : S^{-1}AS = B$$

Zeige, dass diese Relation eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{K}^{n,n}$ ist.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Bestimme den Wert der Determinante folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & 8 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 7 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 8 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 9 & 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 10 & 4 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 11 & 5 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 12 & 6 & 0 & 5 & 1 \\ 1 & 13 & 7 & 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5: (6 Punkte)

(a) Gegeben sei eine schiefsymmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{n,n}$, es gilt also $A^T = -A$. Zeige: Ist n ungerade, so ist $\det(A) = 0$.

(b) Sei $A \in \mathbb{R}^{n,n}$ derart, dass in jeder Zeile und jeder Spalte *genau einmal* eine 1 und *genau einmal* eine -1 vorkommt und ansonsten nur 0en. Bestimme $\det(A)$.

(c) Wir betrachten die vier Zahlen $1107, 4018, 2829$ und 1845. Diese vier Zahlen sind alle durch 41 teilbar (kein Nachweis nötig). Nun schreiben wir diese vier Zahlen zeilenweise in eine 4×4 Matrix, nennen wir sie A, so dass in den vier Spalten gerade die 4 Ziffern der Zahlen stehen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 7 \\ 4 & 0 & 1 & 8 \\ 2 & 8 & 2 & 9 \\ 1 & 8 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Zeige nun, dass die Determinante dieser Matrix, also $\det(A)$, auch durch 41 teilbar ist.
Hinweis: Zwar kann man nun $\det(A)$ *per Hand ausrechnen, es gibt aber einen schnelleren Lösungsweg, bei dem* $\det(A)$ *nicht berechnet werden muss.*