

Algorithmen für schwierige Probleme

Britta Dorn

Wintersemester 2011/12

9. November 2011

Test 4

Aufgabe 1

Warum findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER immer eine Lösung der Größe k , falls sie existiert?

Aufgabe 1

Warum findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER immer eine Lösung der Größe k , falls sie existiert?

- 1 Der Suchbaum findet gar nicht immer die richtige Lösung, wenn man mit der falschen Kante anfängt.

Aufgabe 1

Warum findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER immer eine Lösung der Größe k , falls sie existiert?

- 1 Der Suchbaum findet gar nicht immer die richtige Lösung, wenn man mit der falschen Kante anfängt.
- 2 Das liegt unter anderem daran, dass von jeder Kante ein Endpunkt auf jeden Fall im VC sein muss.

Aufgabe 1

Warum findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER immer eine Lösung der Größe k , falls sie existiert?

- 1 Der Suchbaum findet gar nicht immer die richtige Lösung, wenn man mit der falschen Kante anfängt.
- 2 Das liegt unter anderem daran, dass von jeder Kante ein Endpunkt auf jeden Fall im VC sein muss.
- 3 Das liegt daran, dass der Suchbaum so etwas wie eine nichtdeterministische Turingmaschine ist, die bei den Verzweigungen richtig rät und damit das richtige Element auswählt.

Aufgabe 1

Warum findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER immer eine Lösung der Größe k , falls sie existiert?

- 1 Der Suchbaum findet gar nicht immer die richtige Lösung, wenn man mit der falschen Kante anfängt.
- 2 Das liegt unter anderem daran, dass von jeder Kante ein Endpunkt auf jeden Fall im VC sein muss.
- 3 Das liegt daran, dass der Suchbaum so etwas wie eine nichtdeterministische Turingmaschine ist, die bei den Verzweigungen richtig rät und damit das richtige Element auswählt.
- 4 Weil man nach k Stufen alle Möglichkeiten ausprobiert hat. Gibt es tatsächlich ein VC der Größe $\leq k$, dann muss es im Baum vorkommen.

Lösung

Aufgabe 1

Warum findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER immer eine Lösung der Größe k , falls sie existiert?

- 1 Der Suchbaum findet gar nicht immer die richtige Lösung, wenn man mit der falschen Kante anfängt.
- 2 Das liegt unter anderem daran, dass von jeder Kante ein Endpunkt auf jeden Fall im VC sein muss.
- 3 Das liegt daran, dass der Suchbaum so etwas wie eine nichtdeterministische Turingmaschine ist, die bei den Verzweigungen richtig rät und damit das richtige Element auswählt.
- 4 Weil man nach k Stufen alle Möglichkeiten ausprobiert hat. Gibt es tatsächlich ein VC der Größe $\leq k$, dann muss es im Baum vorkommen.

Aufgabe 2

Findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER **alle** Lösungen der Größe k (falls sie existieren)?

Aufgabe 2

Findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER **alle** Lösungen der Größe k (falls sie existieren)?

- 1 ja, alle.

Aufgabe 2

Findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER **alle** Lösungen der Größe k (falls sie existieren)?

- 1 ja, alle.
- 2 nein, nur eine Lösung.

Aufgabe 2

Findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER **alle** Lösungen der Größe k (falls sie existieren)?

- 1 ja, alle.
- 2 nein, nur eine Lösung.
- 3 in manchen Fällen kann es sein, dass er alle findet.

Lösung

Aufgabe 2

Findet der vorgestellte Suchbaum für VERTEX COVER **alle** Lösungen der Größe k (falls sie existieren)?

- 1 ja, alle.
- 2 nein, nur eine Lösung.
- 3 in manchen Fällen kann es sein, dass er alle findet.

Aufgabe 3

Wir haben einen Suchbaum für das Problem INDEPENDENT SET auf planaren Graphen gesehen. Warum mussten wir annehmen, dass wir das Problem auf *planaren* Graphen betrachten?

Lösung

Aufgabe 3

Wir haben einen Suchbaum für das Problem INDEPENDENT SET auf planaren Graphen gesehen. Warum mussten wir annehmen, dass wir das Problem auf *planaren* Graphen betrachten?

Nur für planare Graphen können wir garantieren, dass es einen Knoten v gibt, der maximal 5 Nachbarn hat, und so in 6 Möglichkeiten verzweigen (wähle entweder Knoten v oder einen seiner 5 Nachbarn aus). In einem beliebigen nicht-planaren Graphen gibt es nicht sicher einen solchen Knoten, die Anzahl der Verzweigungen lässt sich nicht beschränken.

Aufgabe 4

Wir betrachten nun das Problem INDEPENDENT SET auf 8-regulären Graphen (d.h.: jeder Knoten hat Grad 8).

Aufgabe 4

Wir betrachten nun das Problem INDEPENDENT SET auf 8-regulären Graphen (d.h.: jeder Knoten hat Grad 8).
Suchbaumalgorithmus? Größe?

Lösung

Aufgabe 4

Wir betrachten nun das Problem INDEPENDENT SET auf 8-regulären Graphen (d.h.: jeder Knoten hat Grad 8).
Suchbaumalgorithmus? Größe?

Verzweige in 9 Fälle: Starte mit beliebigem Knoten, nimm ihn oder einen seiner 8 Nachbarn ins IS auf, lösche Kanten und Nachbarn des gewählten Knoten. Größe $O(9^k)$

Suchbaum-Algorithmus für CLOSEST STRING

Rekursive Prozedur $CS(s, \Delta d)$:

Globale Variablen: Strings s_1, \dots, s_k , $d \in \mathbb{N}$

Eingabe: Kandidatenstring s , $\Delta d \in \mathbb{N}$

Ausgabe: String \hat{s} mit $d_h(\hat{s}, s_i) \leq d$ und $d_H(\hat{s}, s) \leq \Delta d$ falls existiert, sonst "keine Lösung"

Suchbaum-Algorithmus für CLOSEST STRING

- (0) **if** $\Delta d < 0$ **then** return “keine Lösung”
- (1) **if** $d_H(s, s_i) > d + \Delta d$ für ein $i \in \{1, \dots, k\}$ **then** return “keine Lösung”
- (2) **if** $d_H(s, s_i) \leq d$ für alle $i \in \{1, \dots, k\}$ **then** return s
- (3) wähle ein $i \in \{1, \dots, k\}$ so dass $d_h(s, s_i) > d$

$$P := \{p \mid s[p] \neq s_i[p]\}$$

Wähle ein $P' \subseteq P$ mit $|P'| = d + 1$

for all $p \in P'$ **do**

$$s' := s$$

$$s'[p] := s_i[p]$$

$$s_{ret} := CS(s', \Delta d - 1)$$

if $s_{ret} \neq$ “keine Lösung” **then** return s_{ret}

od

- (4) return “keine Lösung”

Übungsaufgabe

Zur Verbesserung der Studienbedingungen wird folgende Idee vorgeschlagen: Jeder Student darf 3 Vorschläge machen, wofür mehr Geld ausgegeben werden soll. Der (geizige) Nikolaus erhält eine Liste mit den Wünschen aller Studenten und versucht jetzt, eine möglichst kleine Teilmenge der Wünsche zu erfüllen. Genauer: Er hat sich schon überlegt, dass er nur für bis zu k Projekte Geld ausgeben wird. Einzige Bedingung: Kein Student darf leer ausgehen, das heisst, mindestens **ein** Wunsch jedes Studenten muss am Ende erfüllt sein (es ist ja bald Weihnachten und der Nikolaus ist auch kein Unmensch).

Übungsaufgabe

Zur Verbesserung der Studienbedingungen wird folgende Idee vorgeschlagen: Jeder Student darf 3 Vorschläge machen, wofür mehr Geld ausgegeben werden soll. Der (geizige) Nikolaus erhält eine Liste mit den Wünschen aller Studenten und versucht jetzt, eine möglichst kleine Teilmenge der Wünsche zu erfüllen. Genauer: Er hat sich schon überlegt, dass er nur für bis zu k Projekte Geld ausgeben wird. Einzige Bedingung: Kein Student darf leer ausgehen, das heisst, mindestens **ein** Wunsch jedes Studenten muss am Ende erfüllt sein (es ist ja bald Weihnachten und der Nikolaus ist auch kein Unmensch).

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?

Übungsaufgabe

Zur Verbesserung der Studienbedingungen wird folgende Idee vorgeschlagen: Jeder Student darf 3 Vorschläge machen, wofür mehr Geld ausgegeben werden soll. Der (geizige) Nikolaus erhält eine Liste mit den Wünschen aller Studenten und versucht jetzt, eine möglichst kleine Teilmenge der Wünsche zu erfüllen. Genauer: Er hat sich schon überlegt, dass er nur für bis zu k Projekte Geld ausgeben wird. Einzige Bedingung: Kein Student darf leer ausgehen, das heisst, mindestens **ein** Wunsch jedes Studenten muss am Ende erfüllt sein (es ist ja bald Weihnachten und der Nikolaus ist auch kein Unmensch).

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
- 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?

Übungsaufgabe

Zur Verbesserung der Studienbedingungen wird folgende Idee vorgeschlagen: Jeder Student darf 3 Vorschläge machen, wofür mehr Geld ausgegeben werden soll. Der (geizige) Nikolaus erhält eine Liste mit den Wünschen aller Studenten und versucht jetzt, eine möglichst kleine Teilmenge der Wünsche zu erfüllen. Genauer: Er hat sich schon überlegt, dass er nur für bis zu k Projekte Geld ausgeben wird. Einzige Bedingung: Kein Student darf leer ausgehen, das heisst, mindestens **ein** Wunsch jedes Studenten muss am Ende erfüllt sein (es ist ja bald Weihnachten und der Nikolaus ist auch kein Unmensch).

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
- 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
- 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)

Lösung

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
- 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
- 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
 - 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
 - 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
 - 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)
-
- 1 NP-vollständig, denn:

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
 - 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
 - 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
 - 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)
-
- 1 NP-vollständig, denn:
 - 2 Das ist 3-HITTING SET.

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
- 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
- 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)

1 NP-vollständig, denn:

2 Das ist 3-HITTING SET.

3 Ja: aus jeder Menge muss ein Element ausgewählt werden. Starte mit der ersten Menge, verzweige in die 3 Möglichkeiten. Lösche jeweils die Mengen, die durch die getroffene Auswahl abgedeckt worden sind, verzweige weiter mit der nächsten Menge, die noch nicht gelöscht wurde.

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
- 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
- 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)

1 NP-vollständig, denn:

2 Das ist 3-HITTING SET.

3 Ja: aus jeder Menge muss ein Element ausgewählt werden. Starte mit der ersten Menge, verzweige in die 3 Möglichkeiten. Lösche jeweils die Mengen, die durch die getroffene Auswahl abgedeckt worden sind, verzweige weiter mit der nächsten Menge, die noch nicht gelöscht wurde. Größe: $O(3^k)$.

- 1 Ist das Problem lösbar? einfach? schwierig?
- 2 Kommt Euch das Problem bekannt vor?
- 3 Kann man das Problem mit einem Suchbaum lösen? Wie (Größe?) bzw. warum nicht?
- 4 Welche Taktik sollten die Studenten verfolgen? (angenommen, das k ist noch nicht festgelegt)

1 NP-vollständig, denn:

2 Das ist 3-HITTING SET.

3 Ja: aus jeder Menge muss ein Element ausgewählt werden. Starte mit der ersten Menge, verzweige in die 3 Möglichkeiten. Lösche jeweils die Mengen, die durch die getroffene Auswahl abgedeckt worden sind, verzweige weiter mit der nächsten Menge, die noch nicht gelöscht wurde. Größe: $O(3^k)$.

4 Keine Wunsch-Überschneidungen... oder das, was man unbedingt haben will, 3 mal in die Liste schreiben.