

## Übungen zu Mathematik im Orientierungssemester

(Abgabe spätestens am Dienstag, den 02.05.2017 vor den Übungen)

1. Folgende Mengen sind in aufzählender oder charakterisierender Schreibweise gegeben. Geben Sie jeweils die fehlende Darstellung an.

(a)  $\{5, 9, 13, 17, 21, 25, \dots\}$

(b)  $\{x : \text{Es gibt eine Primzahl } p \leq 20 \text{ mit } x = p - 1\}$

(c)  $\{5, 14, 23, 32, 41, 50, 104, 113, 122, 131, 140, 203, 212, \dots\}$

(d)  $\{x \in M : \text{Name von } x \text{ besteht aus zwei Buchstaben}\}$  wobei  
 $M = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda, \mu, \nu, \xi, \omicron, \pi, \rho, \sigma, \tau, \upsilon, \varphi, \chi, \psi, \omega\}$

*Hinweis:* Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl größer 1, die durch keine natürliche Zahl außer 1 und sich selbst ohne Rest teilbar ist.

(1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

2. Betrachten Sie die Mengen  $M_1$  und  $M_2$  mit

$$M_1 := \{A, B, \Gamma, \Delta, E, Z, H, \Theta, I, K, \Lambda, M, N, \Xi, O, \Pi, P, \Sigma, T, \Upsilon, \Phi, X, \Psi, \Omega\}$$

$$M_2 := \{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z\}$$

und bestimmen Sie die folgenden Mengen (in aufzählender Schreibweise):

(a)  $M_1 \cap M_2$ .

(b)  $M_1 \cup M_2$ .

(c)  $(M_1 \setminus M_2) \cup (M_2 \setminus M_1)$ .

(d) Zeigen oder widerlegen Sie, dass  $(M_1 \setminus M_2) \cup (M_2 \setminus M_1) = (M_1 \cup M_2) \setminus (M_1 \cap M_2)$  gilt.

(1 + 1 + 2 + 1 Punkte)

3. Es sind folgende komplexe Zahlen gegeben:

$$z_1 := -3 + 2i, \quad z_2 := \sqrt{3} + \frac{i}{2}, \quad z_3 := 1 - i, \quad z_4 := -i.$$

(a) Bestimmen Sie  $\bar{z}_i$  und  $|z_i|$  für alle  $i \in \{1, \dots, 4\}$ .

(b) Bestimmen Sie  $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z_1}\right)$  und  $\operatorname{Im}\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ .

(c) Bestimmen Sie  $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R}$ , so dass  $z_1 z_3 = x_1 + iy_1$  und  $z_2 z_4 = x_2 + iy_2$  gilt.

(d) Skizzieren Sie die Menge  $M_1 \cap M_2$  in der komplexen Ebene, wobei die Mengen  $M_1$  und  $M_2$  durch

$$M_1 := \{z \in \mathbb{C} : |z - z_3| \leq 2\}$$

$$M_2 := \{z \in \mathbb{C} : |z + z_3| \leq 2\}$$

gegeben sind.

(4 + 2 + 2 + 3 Punkte)

*Eine weitere Aufgabe befindet sich auf der nächsten Seite.*

4. Es seien  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ . Zeigen Sie, dass  $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$  für die Betragsfunktion aus der Vorlesung gilt.

(4 Punkte)

Bitte Vorname und Nachname gut lesbar auf das Blatt schreiben, den Nachnamen in Großbuchstaben. Mehrere Blätter sollten getackert werden. Aussagen sind zu begründen und Lösungswege anzugeben.

<https://www.uni-ulm.de/?id=mios17>