



Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker II

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 10

Abgabe: Mittwoch, 2. Juli 2008, vor den Übungen

1. Es sei $f \in C^1(M, \mathbb{R}^3)$. Zeige, daß für alle $a \in \mathbb{R}^3$ gilt

$$\operatorname{div}(f \times a) = \langle \operatorname{rot}(f), a \rangle.$$

4 Punkte

2. Bestimme jeweils die Länge der Kurve γ mit der Parameterdarstellung $x(t)$.

(a) $x(t) = (t - \sin(t), 1 - \cos(t))^T$, $t \in [0, 2\pi]$ (Zykloide).

(b) $x(t) = (r \cos(t), r \sin(t), ht)^T$, $t \in [0, 2\pi n]$, wobei $n \in \mathbb{N}$; (Schraubenlinie).

3+3 Punkte

3. Die Kardioide (oder auch Herzkurve) ist eine Kurve im \mathbb{R}^2 , definiert durch die Polarkoordinatengleichung $r = 1 + \cos(\varphi)$. Bestimme eine Parameterdarstellung dieser Kurve sowie ihre Länge.

4 Punkte

4. Berechne für

$$f(x, y) = x \left(\frac{1}{2}x^2 + 3y^2 - 1 \right)^{3/2}$$

das Kurvenintegral $\int_{\gamma} f(x) dx$ über den vom Punkt $(2, 0)^T$ längs der Hyperbel

$$\gamma : x^2 - 4y^2 - 4 = 0$$

zum Punkt $(2\sqrt{2}, 1)^T$ verlaufenden Weg.

4 Punkte

5. Bestimme jeweils das Kurvenintegral $\int_{\gamma} f^T(x) dx$. Bestimme gegebenenfalls eine Stammfunktion von f .

(a) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x, y) = (y, y - x)^T$, $\gamma : x(t) = (t, t^2)^T$, $t \in [0, 2]$.

(b) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x, y, z) = (3x^2y^2z + 1, 2x^3yz + z, x^3y^2 + y)^T$,
 $\gamma : x(t) = (e^t, \cos(t), t^2 + 1)^T$, $t \in [0, \pi]$.

2+4 Punkte