UNIVERSITÄT ULM
Abteilung für Zahlentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker II

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 11

Abgabe: Mittwoch, 9. Juli 2008, vor den Übungen

1. Es sei $G \subset \mathbb{R}^2$ ein Gebiet, $f : G \to \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion und $g, h : G \to \mathbb{R}^3$ stetig differenzierbare Vektorfelder. Zeige:

   (a) Ist f zweimal stetig differenzierbar, so gilt $rot\left(grad(f)^T\right) = 0$.

   (b) Ist g zweimal stetig differenzierbar, so gilt $div\,(rot(g)) = 0$.

   3+3 Punkte

2. Bestimme Divergenz und Rotation der Kugelkoordinatentransformation

$$g(r, \phi, \theta) = (r\cos(\phi)\cos(\theta), r\sin(\phi)\cos(\theta), r\sin(\theta))^T .$$

   6 Punkte

3. Es sei $f(x, y, z) = (-y, x, xyz)^T$, und es bezeichne F die obere Hälfte der Einheitssphäre. Berechne das Oberflächenintegral

$$\int_F \nu^T rot(f)\, d\sigma.$$

   6 Punkte

4. Gegeben sei die Fläche $F = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1,\ x + y + z = 1\}$ und das Vektorfeld $f(x, y, z) = (-y^3, x^3, -z^3)^T$. Berechne für den positiv orientierten Rand γ_F das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma_F} f^T(x)\, dx.$$

6 Punkte