UNIVERSITÄT ULM
Abteilung für Zahlentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker II

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 12

Abgabe: Mittwoch, 16. Juli 2008, vor den Übungen

1. Gegeben sei die Parametrisierung der Oberfläche einer Kugel mit Radius $r > 0$

$$x(\varphi, \theta) = \begin{pmatrix} r\cos(\varphi)\cos(\theta) \\ r\sin(\varphi)\cos(\theta) \\ r\sin(\theta) \end{pmatrix}$$

mit $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ und $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$.
Zeige, daß

$$\frac{\partial x(\varphi,\theta)}{\partial \varphi} \times \frac{\partial x(\varphi,\theta)}{\partial \theta} = r\cos(\theta) \cdot x(\varphi,\theta)$$

gilt.

6 Punkte

2. Berechne den Inhalt der Fläche

$$F = \{(x,y,z)^T \in \mathbb{R}^3 :\ x^2+y^2 \leq 1,\ x,y \geq 0,\ z = xy\}$$

6 Punkte

3. Es sei $F = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 : \; x^2 + y^2 \leq 4, \; 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.
   Berechne für das Vektorfeld $f(x, y, z) = (x + y, \; y + z, \; x + z)^T$

$$\int_{\partial F} f^T(x, y, z)\nu \, d\sigma.$$

4 Punkte

4. Gegeben sei ein Vektorfeld $f(x, y, z) = (x, \; x + y, \; x + y + z)^T$, und es bezeichne F die obere Hälfte der Einheitssphäre. Berechne

$$\int_F \nu^T rot(f) \, d\sigma.$$

   (a) direkt.

   (b) mit Hilfe des Satzes von Stokes.

4+4 Punkte