

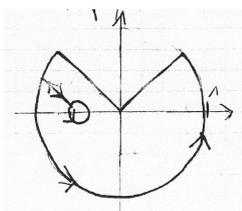
Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker III

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 13

Abgabe: Dienstag, 3. Februar 2009, in der Vorlesung



1. „Pacman frißt $i\mathbb{R}^+$ “

(a) Berechne $\int_{\alpha} \frac{1}{z + 1/2} dz$ mittels $N_{\alpha}(-1/2)$.

(b) Wird Pacman diesmal satt? (2)

2. Zeige am Beispiel der Funktion $f(z) = \sin z$, daß das Maximumprinzip nicht für unbeschränkte Gebiete gilt. (3)

3. (a) Bestimme Art und Lage sämtlicher isolierter Singularitäten folgender Funktionen:

i. $\frac{2}{z^2 - z - 12}$

ii. $\frac{\sin z - z}{z^3}$

iii. $\frac{g(z)}{1 + z^n}$ mit einer holomorphen Funktion g und $n \in \mathbb{N}$.

(b) Was für eine Singularität hat die Funktion

i. $e^{1/z}$ in $z = 0$

ii. $\frac{1}{\sin z - \cos z}$ in $z = \pi/4$

(c) Was für eine singuläre Stelle haben die folgenden Funktionen in $z = \infty$?

i. $\sqrt{(z-1)(z-2)}$

ii. $\frac{1}{\cos z}$ (10)

4. (a) Entwickle die Funktion $f(z) = \frac{1}{\alpha^2 + z^2}$ auf dem gepunkteten Kreis mit $|z - i\alpha| < 2\alpha$ in eine Laurentreihe.

(b) Entwickle folgende Funktionen auf $\mathbb{C}^\times = \mathbb{C} - \{0\}$ in eine Laurentreihe.

Ist $f(z)$ in 0 holomorph?

i. $f(z) = z^{-3} \sin(z^{-1})$

ii. $f(z) = z^{-1} \sin z$

(c) Entwickle $f(z) = \frac{1}{1-z^2} + \frac{1}{3-z}$ in eine Laurentreihe auf

i. $\{z : 1 < |z| < 3\}$

ii. $\{z : 1 < |z-2| < 3\}$

iii. um $z_0 = 1$, so daß die Reihe in $z_1 = 1 + 3i$ konvergiert. (9)