UNIVERSITÄT ULM
Institut für Zahlentheorie und Wahrscheinlichkeitstheorie

Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker III

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 7

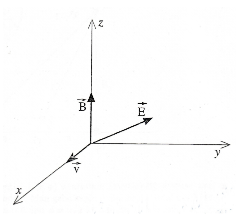
Abgabe: Dienstag, 2. Dezember 2008, in der Vorlesung

1. Auf einen geladenen Massenpunkt mit der Ladung e wirkt in einem elektrischen Feld $\vec{E}$ und einem Magnetfeld $\vec{B}$ die Kraft (im cgs- System)

$$\vec{F} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\vec{v} \times \vec{B}.$$

Die Kraft im elektrischen Feld ist also parallel zur Feldstärke $\vec{E}$; die Kraft im Magnetfeld, die Lorentzkraft, ist proportional zur Geschwindigkeit $\vec{v}$ und wirkt senkrecht zur Feldstärke $\vec{B}$ und Geschwindigkeit $\vec{v}$.
Das Koordinatensystem werde so gelegt, daß $\vec{B}$ die Richtung der z- Achse habe und $\vec{E}$ in der $y - z$- Ebene liege:

$$\vec{B} = (0, 0, B), \quad \vec{E} = (0, E_y, E_z)$$



(a) Stelle die Bewegungsgleichungen für einen Massepunkt der Masse m und Ladung e auf, wenn er sich in dem oben beschriebenen Feld bewegt.

(b) Bestimme die Lösung des Systems gekoppelter Differentialgleichungen für die Anfangsbedingungen

$$x = y = z = 0 \quad \text{und} \quad \dot{x} = v, \quad \dot{y} = \dot{z} = 0 \quad \text{für} \quad t = 0,$$

d.h. der Massepunkt befinde sich zur Zeit $t = 0$ im Ursprung und bewege sich mit der Geschwindigkeit v in x- Richtung. (4)

2. (a) Löse die Airysche DGL

$$y''(x) - x \cdot y(x) = 0.$$

mit einem Potenzreihenansatz.

(b) Was gilt für die Koeffizienten der Potenzreihe? (4)

3. Löse die DGL

(a) $x^4 y^{(4)} - 3x^3 y''' - 20x^2 y'' - 8xy' = 2x^4$

(b) $x^3 y''' + 3x^2 y'' + xy' = 1.$ (8)

4. Eine Lösung der Besselschen Differentialgleichung sind die Besselfunktionen 1. Art

$$J_\alpha(x) = \frac{y_\alpha(x)}{2^\alpha \Gamma(\alpha+1)} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+\alpha}}{n! \cdot \Gamma(\alpha+n+1)}.$$

Zeige, daß für diese gilt:

(a) $\dfrac{\alpha}{x} \cdot J_\alpha(x) = \dfrac{1}{2}\left(J_{\alpha-1}(x) + J_{\alpha+1}(x)\right).$

(b) $J'_\alpha(x) = \dfrac{1}{2}\left(J_{\alpha-1}(x) - J_{\alpha+1}(x)\right).$

(c) $J_{-\alpha}(x) = (-1)^\alpha \cdot J_\alpha(x) = J_\alpha(-x)$ für ganzzahlige α. (8)