



Übungen zur Höheren Mathematik für Physiker III

Dr. Hartmut Lanzinger, Hans- Peter Reck

Gesamtpunktzahl: 24 Punkte

Übungsblatt 9

Abgabe: Dienstag, 16. Dezember 2008, in der Vorlesung

1. Gegeben sei das Randwertproblem

$$y'' = f(x), \quad y(0) = 0 \quad \text{und} \quad y'(\pi) = 0$$

mit $x \in [0, \pi]$ und einer in $[0, \pi]$ stetigen Funktion f .

- (a) i. Gib eine spezielle Lösung von $y'' = f(x)$ an sowie die allgemeine Lösung dieser DGL.
ii. Welche Lösung ergibt sich für das Randwertproblem?
- (b) Die Greensche Funktion des RWP's $G : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei durch

$$G(x, z) = \begin{cases} -z, & \text{falls } z \leq x, \\ -x, & \text{falls } z > x. \end{cases}$$

erklärt.

Zeige:

Die in Aufgabe a) gewonnene Lösung läßt sich in der Form

$$\int_0^\pi G(x, z) f(z) dz$$

mit $x \in [0, \pi]$ darstellen.

(10)

2. Das Eigenwertproblem

$$y'' + \frac{1}{x}y' + \frac{\lambda}{x^2}y = 0 \text{ und } y'(1) = y'(e^{2\pi}) = 0$$

mit $x \in [1, e^{2\pi}]$ und $\lambda \in \mathbb{R}$ sei vorgegeben.

- (a) Bestimme in Abhängigkeit von λ das Fundamentalsystem der DGL.
- (b) Ermittle sämtliche Eigenwerte und -funktionen des Eigenwertproblems. (8)

3. (a) Bestimme für das DGL- System

$$u' = Au \text{ und } A := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

die Lösung mit $u(0) = (1, 0, 0)^T$.

- (b) Ist das System im Ursprung stabil? (6)