

Stochastik III

(Abgabe: Do., 04.11.2010, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

- Gegeben sei eine Exponentialfamilie $\mathcal{P} = \{P_\theta \mid \theta \in \Theta\}$. Man zeige, dass der Träger von P_θ nicht von θ abhängt.
 - Man zeige, dass die Familie der hypergeometrischen Verteilungen keine Exponentialfamilie ist. Zur Erinnerung:

$$f(k, \theta) = \begin{cases} \frac{\binom{M}{k} \binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}, & k = 0, \dots, \min(n, M) \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Ist die Familie der Binomialverteilungen $B(n, p)$ für unbekannte Parameter n und p eine Exponentialfamilie?
- Man zeige, dass die Familie der Gleichverteilungen auf (a, b) keine Exponentialfamilie darstellt.

(5 Punkte)

- Man zeige, dass die Familie der Gleichverteilungen $\mathcal{P} = \{U(0, \theta) \mid \theta \in \mathbb{R}\}$ einen monotonen Dichtequotienten besitzt.

(4 Punkte)

- Implementiere in \mathbb{R} den UMP-Test für die Hypothese $H_0 : p = p_0$ gegen $H_1 : p > p_0$ für eine $B(1, p)$ verteilte Stichprobe. Finde die benötigten Konstanten hierbei numerisch. Führe den Test dann für den Datensatz `ump1.dat`, der auf der Vorlesungshomepage erhältlich ist durch. Verwende als Konfidenzlevel $\alpha = 0.05$ und $p_0 = 0.5$.
 - Konstruiere einen UMP Test für eine $P(\lambda)$ verteilte Stichprobe für die Hypothese $H_0 : \lambda = \lambda_0$ gegen $H_1 : \lambda > \lambda_0$
 - Man implementiere den Test aus Teil (b) und führe ihn exemplarisch für den Datensatz `ump2.dat`, der ebenfalls auf der Vorlesungshomepage erhältlich ist, durch. Verwende als Konfidenzlevel $\alpha = 0.05$ und $\lambda_0 = 2$.

(7 Punkte)

- Zeige, dass zu einer abzählbaren Familie von Wahrscheinlichkeitsmaßen $\mathcal{P} = \{P_n, n \in \mathbb{N}\}$, welche alle auf demselben Maßraum (Ω, \mathcal{F}) definiert sind, stets ein dominierendes Maß gefunden werden kann.

(4 Punkte)