

## Stochastik III

(Abgabe: Do., 25.11.2010, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

1. Sei  $X \sim \mathcal{N}(\mu, I_n)$ . Dann ist  $Y = X^T X$  nichtzentral  $\chi^2$ -verteilt mit Nichtzentralitätsparameter  $\lambda = \mu^T \mu$ . Berechne die charakteristische Funktion von  $Y$  sowie  $\mathbb{E}(Y)$  und  $\text{Var}(Y)$ .

(5 Punkte)

2. (a) Der Datensatz `lotto.dat` enthält die Häufigkeitsverteilung von 2516 Lottoziehungen. Überprüfe mittels eines  $\chi^2$ -Anpassungstests, ob die Lottoziehung fair ist.
- (b) Der Datensatz `lotto_kug.dat` enthält dieselben 2516 Ziehungen, allerdings aufgespalten nach Kugelzügen (also 1. gezogene Kugel, 2. gezogene Kugel usw.). Man überprüfe die Hypothese ob die Lottoziehung fair ist nun Kugelzug um Kugelzug.

Gebe alle relevanten Testgrößen zunächst theoretisch an und führe die Tests dann in R durch.

(2 + 3 Punkte)

3. Der Datensatz `claims.dat` enthält die durchschnittliche Höhe ( $X$ ) von Schadensmeldungen bei Autounfällen. Die 128 Zeilen repräsentieren hier alle möglichen Kombinationen der Kovariablen Alter des Fahrers  $Y_1$  (6 Ausprägungen), Alter des Fahrzeugs  $Y_2$  (4 Ausprägungen) und der Fahrzeugtyp  $Y_3$  (4 Ausprägungen). Zudem ist noch die Anzahl der Schäden in den jeweiligen Kategorien verzeichnet.

- (a) Erstelle in R eine Kontingenztafel für die Faktoren Alter des Fahrzeugs und Fahrzeugtyp. Hierbei sollen nicht nur die absoluten Zahlen, sondern auch die relativen Häufigkeiten bezogen auf die ganze Tabelle, die Zeile und die Spalte dargestellt werden. Die Befehle `xtabs`, `prop.table` und `margin.table` können hier hilfreich sein.
- (b) Teste jede Zweierkombination von  $Y_1$ ,  $Y_2$  und  $Y_3$  auf Unabhängigkeit und interpretiere das Ergebnis.

(2 + 3 Punkte)

4. Bearbeite diese Aufgabe mit dem in R implementierten Datensatz `co2`. Erstelle zunächst ein Histogramm und diskutiere dieses hinsichtlich der Normalverteilungsannahme. Führe anschließend einen  $\chi^2$ -Test auf Normalverteilung durch. Gebe hier vorher die benötigten Formeln theoretisch an.

(4 Punkte)

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stufabe/wima3/stochiiiws10.html>