Dr. H. Lanzinger
C. Hering

Winter 2010
25.11.2010
Blatt 5

# Stochastik III

(Abgabe: Do., 02.12.2010, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

1. Gegeben sei eine Zufallsstichprobe $X_1, \ldots, X_n$ zu einem absolutstetigen Merkmal $X \sim F$. Die k-te Ordnungsstatistik wird definiert durch
$$X_{(k)} = \min_{1 \le j \le n} \{X_j : \# \{i : X_i \le X_j\} \ge k\}$$
   (a) Zeige, dass die k-te Ordnungsstatistik ebenfalls absolutstetig ist und berechne die Dichte $f_{X_{(k)}}(x)$.
   (b) Berechne die gemeinsame Dichte $f_{X_{(1)},\ldots,X_{(n)}}(x_1, \ldots, x_n)$ und untersuche den Vektor auf Unabhängigkeit.

   (3 + 2 Punkte)

2. Auf der Homepage finden sich die Datensätze `wil1.dat, wil2.dat` und `wil3.dat`.
   (a) Vergleiche die Datensätze paarweise mit Hilfe des Rangsummentest auf Verteilungsgleichheit.
   (b) Auf der Homepage findet sich der Quelltext um einen sogenannten Siegel-Tukey Test durchzuführen. Dieser ist besser geeignet um Skalenunterschied aufzudecken, als der Rangsummentest von Wilcoxon. Führe wiederum paarweise Tests auf Verteilungsgleichheit durch. Was fällt auf?
   (c) Verwende den Vorzeichenrangtest von Wilcoxon, um zu testen, ob der Median von `wil2.dat` dem Wert 1 entspricht, oder nicht.

   (2 + 2 + 1 Punkte)

3. (a) Der Datensatz `bayern.dat` beinhaltet die Siege (1) bzw. Niederlagen (0) des FC Bayern in dieser Saison. Untersuche mit Hilfe eines Run-Tests, ob Siege und Niederlagen zufällig auftreten.
   (b) Der Datensatz `dax.dat` beinhaltet die Information, ob der Dax an einem bestimmten Tag mit Gewinn (1) oder Verlust (0) aus dem Handel gegangen ist. Untersuche mit Hilfe eines Run-Tests, ob Gewinne und Verluste zufällig auftreten.

   (2 + 2 Punkte)

4. Für den Rest dieser Aufgabe sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ mit Rang$(A)$=$r$.
   (a) Zeige, dass falls $A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}$ mit einer regulären Matrix $A \in \mathbb{R}^{p \times p}$, dann ist $A^- = \begin{pmatrix} A_{11}^- & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ einer verallgemeinerte Inverse.
   (b) Eine beliebige Matrix $A$ kann mit Hilfe von Permutationsmatrizen $P_1 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und $P_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ via $P_1 A P_2$ auf eine Form wie in (a) gebracht werden. Konstruiere hieraus eine verallgemeinerte inverse von $A$.
   (c) Wende (b) an, um eine Inverse von $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ zu finden.

   (3 + 2 + 2 Punkte)

**http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stufabe/wima3/stochiiiws10.html**