

## Stochastik III

(Abgabe: Do., 14.01.2011, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

1. Auf Blatt 7 wurde das Cobb-Douglas Modell an volkswirtschaftliche Daten aus Deutschland angepasst. Man überprüfe, ob die einzelnen Faktoren einen signifikanten Einfluss auf das Bruttosozialprodukt haben. Gib die verwendete statistische Größe sowie deren Verteilung und den kritischen Wert an.

(3 Punkte)

2. Zeige, dass im Modell der einfachen Varianzanalyse gilt:

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \hat{\mu})^2 = \sum_{i=1}^k n_i \hat{\alpha}_i^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \hat{\varepsilon}_{ij}^2,$$

wobei  $\hat{\mu}, \hat{\alpha}_1, \dots, \hat{\alpha}_k$  die Least-Square-Schätzer und  $\hat{\varepsilon}_{ij}$  die geschätzten Residuen seien.

(4 Punkte)

3. Der Datensatz `gerinnung.dat` enthält die Blutgerinnungszeiten von 24 Mäusen, welche mit 4 unterschiedlichen Ernährungsplänen ernährt wurden (6 pro Gruppe).

- (a) Erstelle einen Boxplot, der die Daten der 4 Gruppen enthält. Interpretiere den Plot hinsichtlich der Varianzen in den einzelnen Gruppen. Kann von Varianzhomogenität ausgegangen werden? Bestätige Deine Ergebnisse mit einem Bartlett Test.
- (b) Passe ein varianzanalytisches Modell an die Daten an und gib die Schätzungen der Mittelwerte in den einzelnen Gruppen an. Gibt es signifikante Unterschiede zwischen den Gruppen?
- (c) Führe mittels des Tests von Tukey und des Tests von Scheffé paarweise Vergleiche zwischen den Gruppen durch und stelle fest wo signifikante Unterschiede liegen.

(2 + 2 + 2 Punkte)

4. Es soll untersucht werden, ob die Zungenstellung beim Sprechen von verschiedenen Vokalen bzw. dem Geschlecht abhängt. Hierzu wurden 6 Gruppen von Testpersonen gebildet. Drei dieser Gruppen bestehen nur aus männlichen Personen (Gruppe 1-3), drei dieser Gruppen aus weiblichen Personen (Gruppe 4-6). Das Erfassen der Zungenstellung wurde für Gruppe 1 und 4 für den Buchstaben 'I', für Gruppe 2 und 5 für den Buchstaben 'E' und für Gruppe 3 und 6 für den Buchstaben 'A' durchgeführt. Die Daten finden sich im Datensatz `phonetik.dat`. Setze ein zweifaktorielles varianzanalytisches Modell auf und kläre folgende Fragen:

- (a) Hängt die Zungenstellung signifikant von den Einflußfaktoren ab?
- (b) Gibt es Wechselwirkungen zwischen den Faktoren?
- (c) Gibt es signifikante Unterschiede zwischen den Ausprägung der einzelnen Faktoren?

Vergleiche außerdem das Modell mit und das Modell ohne Wechselwirkungen, hinsichtlich der Fragen (a) und (c).

(1 + 2 + 2 + 2 + 2 Punkte)

5. Der Datensatz `twins.dat` enthält die Ergebnisse von IQ-Tests von eineiigen Zwillingen, wobei eines der Kinder bei Adoptiveltern und das andere bei den leiblichen Eltern aufgewachsen ist. Außerdem ist die soziale Schicht der leiblichen Eltern mit angegeben. Es soll nun eine Kovarianzanalyse durchgeführt werden, bei dem die soziale Schicht und der IQ des Kindes, welches bei den leiblichen Eltern aufgewachsen ist verwendet wird, um den IQ des Kindes mit Adoptiveltern Vorherzusagen. Setze ein lineares Modell auf und ermittle mittels einer Kovarianzanalyse, ob es Wechselwirkungen zwischen den Faktoren gibt. Reduziere das Modell soweit möglich und sage den IQ eines adoptierten Zwillings voraus, wenn sein Geschwister bei den leiblichen Eltern aufgewachsen ist und einen IQ von 103 hat. Erstelle außerdem einen Plot, in welchem die Daten und das gefittete Modell zu sehen sind.

(6 Punkte)



**Das ganze Stochastik-Team wünscht frohe Weihnachten und einen guten Rutsch!!!**  
<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/lanzinger/stochiiws10.html>