Dr. H. Lanzinger
C. Hering

Winter 2010
21.01.2011
Blatt 9

Stochastik III

(Abgabe: Do., 28.01.2011, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

1. Der Datensatz `assets.dat` enthält die Eröffnungskurse zweier verschiedener Aktien (Daimler AG und Fresenius Medical Care) sowie des DAX am Beginn der zurückliegenden 37 Wochen. In dieser Aufgabe soll der Einfluss des Gesamtmarktes (der hier durch den DAX repräsentiert wird) auf die einzelnen Aktien untersucht werden. Führe dazu folgende Schritte durch.

   (a) Berechne zunächst die Log-Returns der einzelnen Assets, d.h. $L_t = \log(S_t) - \log(S_{t-1})$ wobei die Preise hier durch S_t gegeben seien.

   (b) Erstelle eine Korrelationsmatrix für die Log-Returns und interpretiere diese.

   (c) Berechne die jeweiligen partiellen Korrelationen von zwei Assets gegeben des verbleibenden Assets. Was fällt hierbei auf?

   (d) Teste von Hand, ob der partielle Korrelationskoeffizient $\rho_{XY \cdot Z}$ signifikant von 0 verschieden ist. Hierbei soll X für die Daimler AG stehen, Y für Fresenius Medical Care und Z für den DAX. Außerdem nehmen wir eine Normalverteilung der Daten an.

   (e) Erkläre, warum die log-Returns und nicht die Preise für diese Aufgabe verwendet werden.

   (1 + 2 + 3 + 2 + 1 Punkte)

2. Der Datensatz `students.dat` enthält die Übungspunkte (in %) sowie die Klausurpunkte (in %), die in einer bestimmten Vorlesung von 157 Studenten erzielt wurden.

   (a) Untersuche, ob die Übungspunkte, bzw. die Klausurpunkte normalverteilt sind. Benutze hierzu die Befehle `hist`, `qqnorm` und `qqline`.

   (b) Wie hoch ist die Korrelation zwischen Klausurpunkten und Übungspunkten? Ist diese signifikant? Beachte bei diesem Aufgabenteil die Ergebnisse aus dem vorhergehenden Teil.

   (c) Gibt es (gemessen an der Korrelation) einen signifikanten Einfluss der Nummer des Studenten auf Übungs- oder Klausurpunkte?

   (3 + 3 + 1 Punkte)

3. Die Daten $X_1, \ldots, X_n$ seien Poisson verteilt mit jeweiligem Parameter λ_i, $i = 1, \ldots, n$. Macht man nun für den natürlichen Parameter θ_i den Ansatz $\theta_i = a_i\beta$, wobei a_i die i-te Zeile der Matrix A sein soll, so gelangt man zu einem verallgemeinerten linearen Modell mit natürlicher Linkfunktion $g(\mu) = \log \mu$. Beweise dies und zeige,

   (a) dass in diesem Fall die Loglikelihoodfunktion für β gegeben ist durch $L(\beta) = \sum_{i=1}^{n}(X_i\eta_i - e^{\eta_i}) + R$ wobei R nicht von β abhängt.

   (b) dass für die Scorefunktion gilt $U(\beta) = A^T(X - \lambda)$, wobei $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_n)^T$.

   (c) dass für die Hessematrix von $L(\beta)$ gilt $W(\beta) = -A^T \mathrm{diag}(e^{\eta_1}, \ldots, e^{\eta_n})A$.

   (3 + 3 + 3 Punkte)

http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/lanzinger/stochiiiws10.html