

## Stochastik III

(Abgabe: Do., 03.02.2011, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

1. Gegeben sei eine i.i.d. Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$  zum Merkmal  $X \sim F$ . Wir definieren nun den Schätzer:

$$\hat{\theta} := \overline{X_n}^{-2} := \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \right)^2.$$

Zeige, dass die Jackknife-Varianz dieses Schätzers gegeben ist durch

$$\widehat{\text{Var}}(\hat{\theta})_{\text{jack}} = \frac{\hat{\mu}_4 - \hat{\mu}_2^2}{(n-1)^3} - 4 \frac{\overline{X_n} \hat{\mu}_3}{(n-1)^2} + 4 \frac{\overline{X_n}^2 \hat{\mu}_2}{(n-1)},$$

wobei für  $p = 2, \dots, 4$  jeweils gilt

$$\hat{\mu}_p := \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \overline{X_n})^p.$$

(5 Punkte)

2. Bei der Challenger Katastrophe spielten bestimmte Dichtungsringe eine große Rolle. Der Datensatz `oring.dat` enthält die Temperatur an bestimmten Tagen, sowie die Angabe, ob dieses bestimmte Bauteil des Space Shuttles ausfällt (1) oder nicht (0).

- (a) Setze in R ein Logit- sowie ein Probit-Modell an und gib die geschätzten Werte an. Erläutere, was die geschätzten Werte repräsentieren und diskutiere kurz, ob diese signifikant sind.
- (b) In dieser Teilaufgabe betrachten wir nur das Logit-Modell. Berechne einmal von Hand und einmal mittels eines R Befehls die geschätzte Wahrscheinlichkeit  $\hat{p}$  eines Ausfalls bei einer Temperatur von 45°F.

(5 Punkte)

3. Der Effekt eines Wirkstoffs zum Schutz von Zellen gegen die Schädigung durch eine toxische Substanz soll untersucht werden. Für verschiedene Dosierungen des Toxins wurde beobachtet, ob die Zellen beschädigt wurden (1) oder nicht (0). Außerdem wurde aus Vergleichszwecken jeweils eine behandelte (1) und eine unbehandelte (0) Versuchsreihe getestet. Die Daten finden sich im Datensatz `cells.dat`

- (a) Beschreibe die Daten mit einem passenden Logit-Modell und implementiere dieses in R.
- (b) Test mit Hilfe des Tests:

$$\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{1} \left\{ \left( \frac{\hat{\beta}_j}{\hat{\sigma}} \right)^2 > (\chi_1^2)^{-1}(1 - \alpha) \right\}$$

ob die geschätzten Werte zum Niveau  $\alpha = 0.1$  signifikant sind.

(c) Welche Wahrscheinlichkeit impliziert das Modell für das Absterben einer behandelten bzw. einer unbehandelten Zelle bei einer Belastung mit 30mg/l des Toxins jeweils?

(6 Punkte)

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/lanzinger/stochiiws10.html>