

Stochastik III

(Abgabe freiwillig: Do., 17.02.2011, 14:15 Uhr, vor den Übungen)

1. In dieser Aufgabe soll die Dichte mit Hilfe eines Projektionsschätzers ermittelt werden. Eine mögliche orthogonale Basis ist durch die Fourierbasis gegeben. Hierbei definieren wir für ein kompaktes Intervall der Länge l

$$e_{2k-1}(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{2\pi kx}{l}\right), \quad e_{2k}(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \cos\left(\frac{2\pi kx}{l}\right), \quad k \in \mathbb{N}, \quad e_0 = \frac{1}{\sqrt{l}}.$$

Wir betrachten die Zufallsvariablen $X \sim \text{Exp}(1)$ und $U \sim U[0, 1]$. Erzeuge für dieses Zufallsvariablen in \mathbb{R} jeweils eine Stichprobe vom Umfang $n = 500$. Untersuche die Auswirkungen von N und l auf die Schätzung der Dichte. Verwende dazu graphische Diagnosetools, für N die Werte 2, 5, 10, 20, 50 und für l im Exponentialverteilungsfall 5, 10, 20, 30. Der Standardfall für die Länge des Intervalls l ist die Spannweite der Stichprobe.

Hinweis: Setze in \mathbb{R} den seed auf 13, damit die Ergebnisse vergleichbar werden.

(5 Punkte)

2. Wir betrachten wieder den Datensatz `students.dat` von Blatt 9. Wir interessieren uns für eine Schätzung der Varianz des Schätzers des Korrelationskoeffizienten zwischen Übungspunkten und Klausurergebniss. Ermittle diese mit Hilfe eines Bootstrapverfahrens. Finde außerdem mit Hilfe eines Bootstraps ein 95%-Konfidenzintervall für den Korrelationskoeffizienten. Verwende 5000 Bootstrapreplikationen des Stichprobenumfangs $n = 30$. Veranschauliche die Verteilung des Schätzers außerdem mit einem Histogramm.

(5 Punkte)

<http://www.uni-ulm.de/mawi/mawi-stukom/lanzinger/stochiiiws10.html>