

## Übungen zu Stochastik für Wiwi

(Abgabe: Fr., 02.12.2011, vor den Übungen)

1. Zu Forschungszwecken wurde ein mittelalterliches Katapult nachgebaut. Es steht 7,40m vom Ufer eines Bachs entfernt, der 5,20m breit ist. Die Munition besteht aus Steinkugeln, die einen Durchmesser von 20cm aufweisen. Nach einigen Probeschüssen wurde die Theorie aufgestellt, dass die Schussweite normalverteilt ist, im Mittel 10m beträgt und eine Standardabweichung von 5 hat.
  - (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine geschossene Kugel in vollem Umfang im Bach landet?
  - (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Kugel über den Bach geschossen wird und (zumindest teilweise) am gegenüberliegenden Ufer aufschlägt?
  - (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Schuss nach hinten losgeht (das heißt, dass die Kugel nicht zum Bach, sondern in die entgegengesetzte Richtung fliegt)?
  - (d) Elf Meter hinter dem Katapult befindet sich ein geparkter Wagen. Ist es ausgeschlossen, dass eine Kugel den Wagen beschädigt? Begründe Deine Antwort.

*Hinweis:* Verwende die Transformationsformel für Normalverteilungen, die in der Vorlesung vorgestellt wurde (Lemma 2.7), und die Wertetabelle von der Homepage.

(4 Punkte)

2. Handelt es sich bei folgenden Funktionen um Dichten einer Zufallsvariable  $X$ ? Bestimme die Verteilungsfunktion von  $X$ , oder begründe, warum es sich um keine Dichte handelt.

- (a)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3+2}}$  für  $x \in [-1; 2^{\frac{1}{3}}]$  und  $f(x) = 0$  sonst
- (b)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := e^{-x^2} \pi^{-\frac{1}{2}}(x^2 + 2x + 2)$  für  $x \in \mathbb{R}$
- (c)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := e^{-x^2} \pi^{-\frac{1}{2}}(x^2 + 2x + \frac{1}{2})$  für  $x \in \mathbb{R}$
- (d)  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) := -\frac{3}{8} \min\{0; x^2 - 4x + 3; x^2 + 4x + 3\}$  für  $x \in \mathbb{R}$

(4 Punkte)

3. In der Vorlesung wurde in Lemma 2.7 eine Transformation vorgestellt, die eine normalverteilte in eine standardnormalverteilte Zufallsvariable überführt.

- (a) Es seien  $\mu \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma \in [0, \infty)$ ,  $X \sim N(0, 1)$  und  $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ . Finde eine Transformation  $T$ , so dass  $T(X) \sim N(\mu, \sigma^2)$  gilt. Zeige, dass die Verteilungsfunktionen von  $T(X)$  und  $Y$  übereinstimmen.
- (b) Es seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$ , außerdem sei  $U \sim U[0, 1]$  und  $V \sim U[a, b]$ . Finde eine Transformation  $T$ , so dass  $T(U) \sim U[a, b]$  gilt. Zeige, dass die Verteilungsfunktionen von  $T(U)$  und  $V$  übereinstimmen.

(4 Punkte)

4. Die Studenten Achim und Beate planen, mit dem Fahrrad zur Uni zu fahren. Sie fragen sich, ob sie wohl auf einer langen, geraden Strecke von Rückenwind unterstützt würden. Natürlich gehen sie davon aus, dass keine Windstille auftritt. Sie einigen sich auf die Annahme, dass der Wind gleichverteilt aus allen Richtungen weht. Achim betrachtet die Windrichtung als Winkel zwischen  $-180^\circ$  und  $180^\circ$ . Beate entscheidet sich für Winkel zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$ . Bei beiden gilt also, dass Wind aus der Richtung  $0^\circ$  Gegenwind und aus  $180^\circ$  Rückenwind bedeutet. Berechne für beide Ansätze

- die Wahrscheinlichkeit, dass der Wind genau von hinten kommt (also aus  $180^\circ$ ),
- die Wahrscheinlichkeit, dass der Wind unter einem Winkel von maximal  $15^\circ$  auf den Rücken trifft,
- die Wahrscheinlichkeit, dass der Wind von der Seite kommt ( $\pm 20^\circ$ ) und
- die erwartete Windrichtung.

(4 Punkte)

Achtung: Ab sofort werden bei Blättern, die lose (bzw. nur mit gefalteten Ecken) abgegeben werden, sowie bei Blättern mit einem oder drei Namen, zwei Punkte abgezogen. Bitte Namen und slc-Login leserlich auf das Übungsblatt schreiben.