Dr. H. Lanzinger
M. Weyhmüller

Winter 2011
02.12.2011
Blatt 7

Übungen zu Stochastik für Wiwi

(Abgabe: Fr., 09.12.2011, vor den Übungen)

1. Die Firma LONGO hat ein neues Zitronen-Mokka-Nektarinen-Getränk entwickelt: LONGO ZiMoNe. Man kann davon ausgehen, dass die Haltbarkeit in Tagen exponentialverteilt ist. Um herauszufinden, wie viel Konservierungsstoff hinzugefügt werden muss, stellen sich die Entwickler folgende Fragen:

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Produkt schon vor der durchschnittlichen Haltbarkeit ungenießbar wird?

   (b) Es soll ein Mindesthaltbarkeitsdatum von zwei Jahren (bzw. 730 Tagen) ab Herstellung aufgedruckt werden. Wie groß sollte die tatsächliche mittlere Haltbarkeit mindestens sein, damit die Wahrscheinlichkeit, dass der Inhalt einer Dose vor Ablauf der zwei Jahre schlecht wird, kleiner gleich 5% ist?

   (c) Wenn man von einer mittleren Haltbarkeit von 100 Tagen ausgeht, am wievielten Tag nach der Abfüllung ist dann die Wahrscheinlichkeit, dass ein Getränk genießbar ist, genau 50%?

   Natürlich wird vorausgesetzt, dass zum Zeitpunkt der Abfüllung der Inhalt aller Flaschen genießbar ist. Finde die Antworten.

   (4 Punkte)

2. Die Zufallsvariable X sei standardnormalverteilt. Berechne das r-te Momente von X (für beliebige $r \in \mathbb{N}$) und vergleiche es mit der r-ten Ableitung der momenterzeugenden Funktion m_X von X im Punkt $t = 0$ (für $4 \leq r \leq 8$).

   Hinweis: Wenn r gerade ist, sollten beide Ergebnisse $(r-1) \cdot (r-3) \cdot (r-5) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 1$ sein.

   (4 Punkte)

3. Es sei $p \in (0, 1)$ und $X \sim \text{Geo}(p)$.

   (a) Berechne die erzeugende Funktion von X und gib an, für welche $z \in \mathbb{R}$ sie definiert ist.

   (b) Berechne die momenterzeugende Funktion von X und gib an, für welche $t \in \mathbb{R}$ sie definiert ist.

   (4 Punkte)

4. Ein Laptop ist nicht zu verwenden wenn der Prozessor, der Arbeitsspeicher, die Festplatte, der Bildschirm, das Trackpad oder die Tastatur ausfällt. Die Anzahl der Tage bis zum Ausfall der Komponenten ist jeweils exponentialverteilt mit Parameter λ_i ($i \in \{1; \ldots; 6\}$) und unabhängig vom Ausfall der restlichen Bauteile.

   Wie ist die Anzahl der Tage bis zum Ausfall des Laptops verteilt? Wenn die durchschnittliche Laufzeit bis zum Ausfall der Bauteile identisch ist (also $\lambda_1 = \ldots = \lambda_6$), um welchen Faktor unterscheidet sich die durchschnittliche Laufzeit des Laptops davon?

   Hinweis: Betrachte zunächst die Wahrscheinlichkeit, dass der Laptop mehr als y Tage durchhält.

(4 Punkte)

Achtung: Ab sofort werden bei Blättern, die lose (bzw. nur mit gefalteten Ecken) abgegeben werden, sowie bei Blättern mit einem oder drei Namen, zwei Punkte abgezogen. Bitte Namen und slc-Login leserlich auf das Übungsblatt schreiben.