

**Das Parameterrisiko - Ein häufig
vernachlässigtes Risiko in Internen Modellen
von Schaden- und Unfallversicherern**

Dorothea Diers

Preprint Series: 2007-19



**Fakultät für Mathematik und Wirtschaftswissenschaften
UNIVERSITÄT ULM**

Das Parameterrisiko – Ein Vorschlag zur Modellierung

Dorothea Diers

Inhaltsverzeichnis

1	Bedeutung des Parameterrisikos in der Schaden- und Unfallversicherung.....	2
2	Parameter- und Prozessunsicherheit.....	2
3	Modellierung des Parameterrisikos mittels Bootstrap-Verfahren	3
4	Modellierung des Parameterrisikos mit Bayesschem Ansatz.....	6
5	Literatur	12

1 Bedeutung des Parameterrisikos in der Schaden- und Unfallversicherung

Im Rahmen von Solvency II und den MaRisk (Mindestanforderungen an das Risikomanagement¹) wird die adäquate Abbildung der unternehmensindividuellen Risikosituation aktuell verstärkt diskutiert. So sind die Versicherer aufgefordert, ihre Risiken zu benennen und zu quantifizieren, ein Risikotragfähigkeitskonzept zu erstellen und die Risikotragfähigkeit bei der strategischen Unternehmenssteuerung zu berücksichtigen. Eine Vielzahl von Versicherern entwickeln eigene Interne Modelle, um die Risikosituation im Unternehmen adäquat bewerten zu können.²

Hierbei werden Erfahrungen früherer Jahre für die Prognosen zukünftiger (z.B. in Internen Modellen zu simulierende) Jahre übertragen, wobei verschiedene Fehlerquellen entstehen (Modellierungsfehler, der aus der Auswahl der Verfahren resultiert, Änderungsrisiko, Vorhersagerisiko). Wir werden uns im Folgenden mit der Quantifizierung und Abbildung des Vorhersagerisikos beschäftigen.

Das Vorhersagerisiko kann naturgemäß in ein Parameter- und ein Prozessrisiko unterteilt werden. Hierbei beschreibt das Prozessrisiko die modellinhärente Unsicherheit, die durch den eigentlichen Zufallsprozess entsteht. Das Schätzrisiko hingegen resultiert aus der Unsicherheit, die durch die Schätzung der Parameter für das Modell hervorgerufen wird. Während z.B. bei der Modellierung des Reserverisikos sowohl in der Standardformel (Solvency II) als auch bei der stochastischen Modellierung in Internen Modellen (Macks Modell, Bayessche Methoden, Bootstrapping-Methoden, etc.) in der Regel Prozess- und Parameterrisiko Berücksichtigung finden, bleibt das Parameterrisiko im Zeichnungsrisiko häufig unberücksichtigt, so dass nur das Prozessrisiko modelliert wird.

In der Literatur sind einige Verfahren zur Modellierung der Parameterunsicherheit bekannt. Im Folgenden sollen zwei dieser Verfahren bei der Modellierung des Zeichnungsrisikos eingesetzt und anhand von Beispieldaten dargestellt werden. So soll die Bedeutung der Parameterunsicherheit für die Risikosituation eines Unternehmens exemplarisch quantifiziert werden. Dabei wird in Abschnitt 3 das Bootstrapping-Verfahren zur Modellierung des Parameterrisikos verwendet, in Abschnitt 4 wird der in [Borowicz / Norman 2005] dargestellte Bayessche Ansatz herangezogen.

2 Parameter- und Prozessunsicherheit

Zunächst soll die Entstehung des Vorhersagerisikos kurz erläutert werden. Bezeichne Y eine Zufallsgröße, die es auf Basis der Beobachtungen y zu prognostizieren gilt. Es wird angenommen, dass die Verteilungsklasse bereits bekannt ist, d.h. die Verteilung von Y bis auf einen unbekanntem Parameter vollständig spezifiziert ist. Wird diese Klasse mit $\Gamma = \{F_\theta : \theta \in \mathfrak{R}^d\}$ bezeichnet, so verbleibt zunächst das Element F_{θ_0} der Verteilungsfamilie (und somit das Element θ_0 des Parameterraums) zu bestimmen, das der Verteilung von Y entspricht.

¹ Die MaRisk sollen bereits ab 2009 gelten.

² Dieser Aufsatz ist dem Arbeitspapier [Diers 2007c] entnommen.

Da der Parameter θ_0 nicht bekannt ist, muss er aus den Beobachtungen bestmöglich geschätzt werden. Dies geschieht mittels sogenannter Punktschätzer, die als Funktionen der Beobachtungen y die in der Stichprobe enthaltenen Informationen über den Parameter zu einem konkreten Wert $\hat{\theta}$ verdichten. Wegen des endlichen Umfangs der Beobachtungen vermögen diese den "wahren" Parameter θ_0 jedoch i.a. nicht zu reproduzieren und unterliegen ebenfalls zufallsbedingten Schwankungen. Dies führt zu einem Parameterrisiko, das durch die zugehörige Verteilung von $\hat{\theta}$ unter den beobachteten Daten (Parameterverteilung) beschrieben wird. Aufgrund der wahrscheinlichkeitstheoretischen Güteeigenschaften (asymptotisch bestes Schätzverfahren, weil erwartungstreu und kleinste Varianz) greift man in der Regel auf die Maximum-Likelihood-Methodik zurück.

Die Vorhersageverteilung von Y ergibt sich nun als Mischung aus Prozess- und Parameterverteilung, d.h. als ein gewichtetes Mittel der Elemente aus der Verteilungsfamilie Γ . Konkret berechnet sich die Dichte der Vorhersageverteilung von Y auf Basis der Beobachtungen Y zu:

$$p(Y|Y) = \int p(Y|\Theta=\theta) \cdot p(\theta|Y) d\theta .$$

Dabei stellt die erste Komponente unter dem Integral die Wahrscheinlichkeitsdichte von F_θ dar (entspreche der Prozessverteilung von Y , wenn θ geschätzt würde). Diese wird noch mit der jeweiligen Wahrscheinlichkeit für den Parameter θ gewichtet, überhaupt geschätzt zu werden. Die damit zum Ausdruck kommende Unsicherheit bei der Parameterschätzung wird durch eine Strukturvariable Θ beschrieben, wobei $p(\theta|Y)$ die Dichte der entsprechenden Parameterverteilung von Θ (gegeben die Beobachtungen) bezeichnet. Bei Kenntnis des wahren Parameters θ_0 repräsentiert $p(\theta|Y)$ die Dichte einer Einpunktverteilung, deren Masse in θ_0 konzentriert ist (keine Unsicherheit). Die Vorhersageverteilung stimmt dann mit der bereits vollständig bekannten Verteilung überein:

$$p(Y|Y) = p(Y|\theta_0) .$$

Sobald der Parametervektor jedoch zunächst aus den Daten geschätzt werden muss, weil er nicht vollständig bekannt ist, gilt diese Gleichheit i.a. nicht. Die häufig praktizierte Vorgehensweise, zukünftige Realisierungen von Y allein auf Basis der Dichte $p(Y|\hat{\theta})$ zu prognostizieren (d.h. $F_{\hat{\theta}}$ als die „wahre“ Verteilung von Y anzusehen), blendet demnach die mit der Schätzung verbundene Unsicherheit über die Parameter aus und vermag lediglich die prozessbedingte Schwankung abzubilden. Erfolgt die Berechnung statistischer Kenngrößen (Bsp: Vorhersagefehler als Standardabweichung der Prognose) bzw. Simulation von Realisierungen auf Basis der Vorhersageverteilung, so wird die Parameterunsicherheit bereits implizit berücksichtigt. Die verbleibende Aufgabe besteht in der Gewinnung/Schätzung der Parameterverteilung aus den Daten. Die entsprechenden Möglichkeiten werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

3 Modellierung des Parameterrisikos mittels Bootstrap-Verfahren

Zur Modellierung der Parameterverteilung kann das sogenannte *Bootstrap*-Verfahren herangezogen werden, dem die Idee zugrunde liegt, dass die Realisationen das beste Indiz

für die Bestimmung der "wahren" Verteilung sind. Es basiert auf dem aus der diskreten Wahrscheinlichkeitstheorie im Zusammenhang mit Urnenmodellen bekannten "Ziehen mit Zurücklegen". Es wird angenommen, dass die beobachteten Schadendaten z.B. Schadenanzahlen y_1, \dots, y_n mit dergleichen Wahrscheinlichkeit auftreten.

Wir wollen die Berechnung des Parameterrisikos an einem Beispiel der Großschadenmodellierung im Rahmen des Zeichnungsrisikos erläutern.³ Abbildung 2 zeigt den Beispieldatensatz der Jahresschadenanzahlen (Ultimates) der Großschäden in der Sparte VGV-Feuer, die für die letzten 10 Jahre vorliegen.⁴ Mittels Bootstrap wird durch "Ziehen mit Zurücklegen" der Datensatz $y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*)$ erzeugt. Durch mehrmaliges Wiederholen dieses Vorgangs kann eine Vielzahl von Datensätzen erzeugt werden (z.B. 10.000).

Zur Modellierung der Schadenanzahl soll die Poissonverteilung als Prozessverteilung herangezogen werden.⁵ Für jeden simulierten Datensatz y^* ermitteln wir den Parameter λ^* für die Poissonverteilung, indem wir den Mittelwert des jeweiligen Datensatzes berechnen.

		Originaldaten										Mittelwert
		6	4	7	6	8	3	8	10	7	6	6,5
Simulationsnummer		Gebootstrapte Daten										Mittelwert
1		6	6	6	6	8	6	6	6	10	7	6,7
2		7	7	3	8	7	6	6	10	4	8	6,6
3		6	6	4	6	8	6	6	6	3	8	5,9
4		10	10	4	4	10	6	3	10	6	6	6,9
.		
.		
.		
.		
10.000		7	3	7	7	6	7	6	4	7	8	6,2
											Bootstrap-Schätzfehler	0,6016

Abbildung 1: Bootstrap-Verfahren angewandt auf Großschadenanzahlen

Diese Vorgehensweise liefert die empirische Bootstrap-Verteilung des Poissonparameters und damit einen Kandidaten/Schätzer für die Parameterverteilung. Abbildung 3 zeigt die "simulierte" Verteilung der Parameter der Großschadenanzahlverteilung der Sparte VGV-Feuer mit Mittelwert 6,5, die unter Anwendung des Bootstrap-Verfahrens (siehe auch Abbildung 2) entstanden ist. Die simulierten Werte λ^* schwanken in diesem Beispiel zwischen 4,3 und 8,8.

³ Zu dem folgenden Beispiel siehe [McLennan / Murphy 2004].

⁴ Als Großschadengrenze wurde 250.000 € festgelegt

⁵ Wir werden hier auf die Anwendung statistischer Testverfahren zur Auswahl eines geeigneten Modells für die beobachteten Schadenanzahlen verzichten.

Simulationsnummer	Mittelwert	Simulierte Prognose
1	6,7	6
2	6,6	7
3	5,9	5
4	6,9	9
.	.	.
.	.	.
.	.	.
10.000	6,2	7
Schätzfehler	0,6016	2,62

Annahme: Poisson-Prozessfehler

Vorhersagefehler

Abbildung 2: Schätzfehler und Vorhersagefehler der Großschadenanzahlen

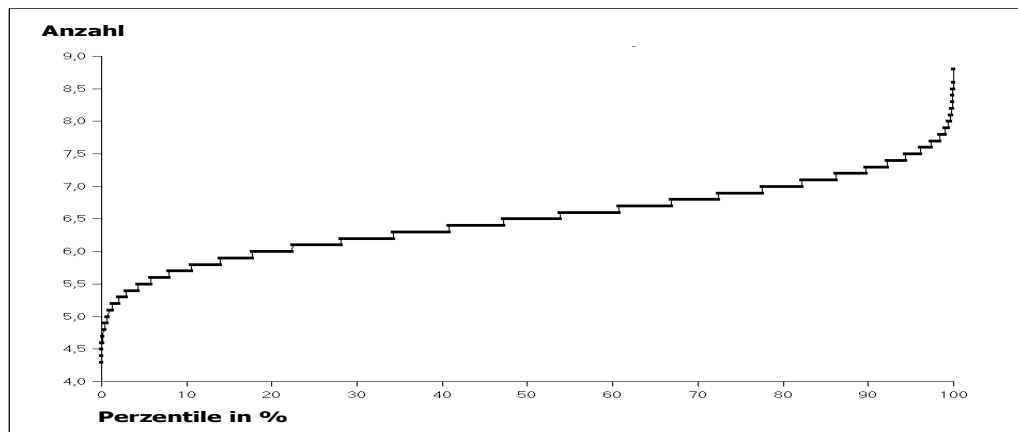


Abbildung 3: Perzentilgraph der simulierten Parameter für die Großschadenanzahlen (Bootstrap-Verfahren, 10.000 Simulationen)

Zur Erzeugung konkreter Prognosen wird nun die für das Prozessrisiko relevante Prozessverteilung, also hier die einparametrische Poissonverteilung, herangezogen. Mittels Poissonverteilung mit Parameter λ^* wird pro Szenario eine Schadenanzahl z^* simuliert. Die Standardabweichung der z^* liefert dann beispielsweise einen Schätzer für den Vorhersagefehler.

Abbildung 4 stellt den Perzentilgraph der Großschadenanzahlen unter Berücksichtigung der Parameterunsicherheit PU (d.h. Poissonverteilung mit simulierten Parametern) im Vergleich zur Vernachlässigung der Parameterunsicherheit (d.h. Poissonverteilung mit deterministischem Parameter 6,5) dar. Die Schwankung nimmt in unserem Beispiel durch die zusätzliche Betrachtung der Parameterunsicherheit leicht zu. So steigt die Standardabweichung von 2,55 auf 2,62 an.

Die Anwendung des Bootstrap-Verfahrens ist sehr „laufzeitintensiv“. Ein weiterer Nachteil des Bootstrap-Verfahrens besteht darin, dass die Parameter nur innerhalb – durch die Realisationen – strikt vorgegebener „Grenzen“ simuliert werden.

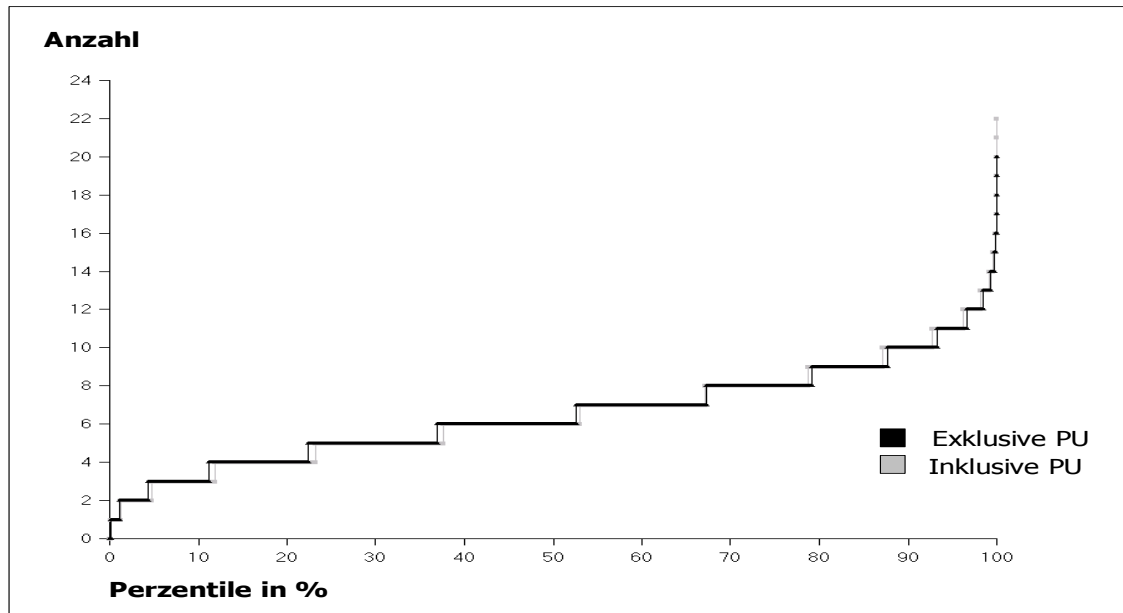


Abbildung 4: Perzentilgraphen der simulierten Großschadenanzahlen der Sparte VGV-Feuer inklusive und exklusive Parameterunsicherheit (PU) (100.000 Simulationen)

4 Modellierung des Parameterrisikos mit Bayesschem Ansatz

Eine Alternative der Modellierung des Parameterrisikos besteht z.B. in der Anwendung eines Bayesschen Ansatzes, der in [Borowicz / Norman 2005] dargestellt wird.

Unter der Voraussetzung eines gleichverteilten Priors (keine Vorinformation) für den Parametervektor $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m)$ gilt ausgehend von einem Datensatz $y = (y_1, \dots, y_n)$ von n Beobachtungen für die Dichte der zugehörigen a-Posteriori-Verteilung des Parameters:

$$p(\theta | y) = \frac{L(y; \theta)}{\int L(y; v) dv},$$

wobei $L(y; \theta)$ die Likelihood-Funktion der Stichprobe y unter der gewählten Prozessverteilung darstellt.⁶ Die A-posteriori-Verteilung wird dann als Parameterverteilung zur Berechnung der Vorhersage herangezogen.

Wir betrachten wieder die Beispielsparte VGV-Feuer mit den beobachteten Schadenanzahlen $y = (y_1, \dots, y_n)$ aus Abschnitt 3. Wie dort sei die Poissonverteilung die gewählte Prozessverteilung. Im diesem Fall⁷ kann die Dichte der zugehörigen a-Posteriori-Verteilung analytisch in geschlossener Form dargestellt werden, nämlich als Dichte der Gammaverteilung⁸

⁶ Siehe [Borowicz / Norman 2005].

⁷ unter der Voraussetzung eines gleichverteilten Priors für den Parameter

⁸ Siehe hierzu [Borowicz / Norman 2005].

$$p(\theta | y) = f(\theta; \beta; \gamma) = \frac{\theta^{\beta-1} \exp(-\frac{\theta}{\gamma})}{\Gamma(\beta)\gamma^\beta} \quad \text{mit} \quad \Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

und den Parametern

$$\beta = \sum_{i=1}^n y_i + 1 \quad \text{und} \quad \gamma = \frac{1}{n} .$$

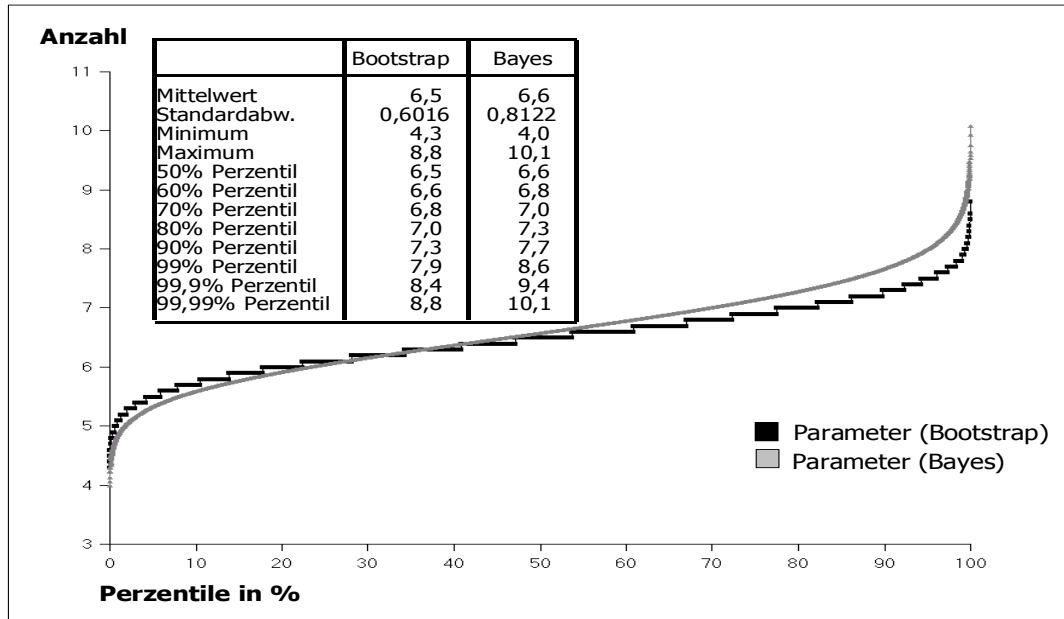


Abbildung 5: Perzentilgraphen der simulierten Großschadenanzahlen exklusive Parameterunsicherheit und inklusive PU (Bootstrap und Bayesscher Ansatz)

Abbildung 5 zeigt einen Vergleich der Perzentilgraphen der nach den beiden Methoden (Bootstrap und Bayes) simulierten Parameter. Der Bayessche Ansatz lässt eine größere Schwankung der Parameter zu.

Im Poisson-Modell ist neben der A-Posteriori-Verteilung auch die Vorhersageverteilung unter der Annahme eines gleichverteilten Priors in geschlossener Form darstellbar. Diese ergibt sich zu einer Negativen Binomialverteilung mit Parametern

$$\sum_{i=1}^n y_i + 1 \quad \text{und} \quad \frac{1}{n + 1} .$$

In Abbildung 6 sind die Perzentilgraphen der simulierten Großschadenanzahlen sowohl ohne als auch mit Berücksichtigung der Parameterunsicherheit dargestellt, wobei die beiden erwähnten Methoden verglichen werden. Hierbei zeigt sich die größere Volatilität der Großschadenanzahlverteilung bei zusätzlicher Berücksichtigung der Parameterunsicherheit.

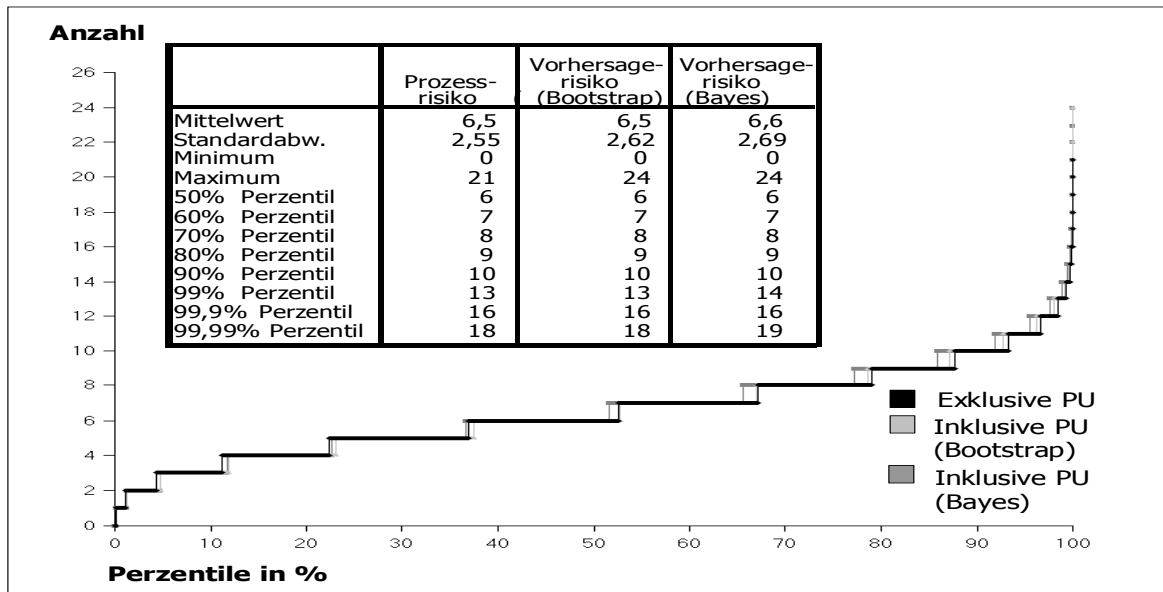


Abbildung 6: Perzentilgraphen der simulierten Großschadenanzahlen exklusive Parameterunsicherheit und inklusive PU (Bootstrap und Bayesscher Ansatz)

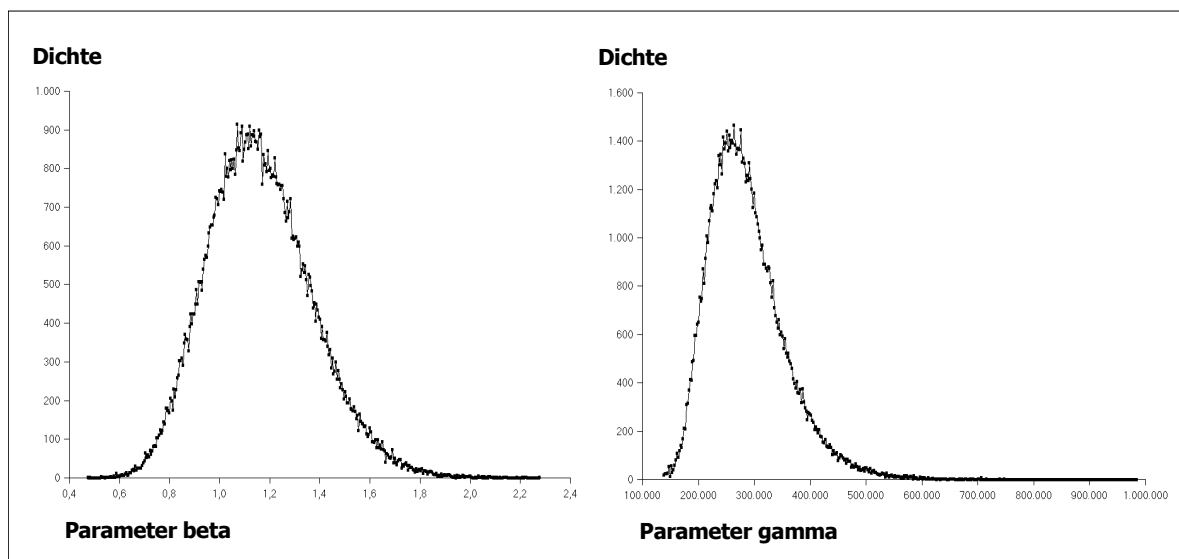


Abbildung 7: Simulierte Häufigkeitsverteilungen der beiden Parameter

Nach der zusätzlichen Berücksichtigung der Parameterunsicherheit bei der Großschadenanzahl soll diese auch bei der Großschadenhöhe einbezogen werden. Uns liegen 65 Großschäden (Ultimates, geeignet indexiert) der letzten 10 Jahre vor (Anzahlen: Abbildung 2). Für die beobachteten Großschäden sei bereits unter Anwendung der üblichen statistischen Verfahren eine um die Großschadengrenze von 250.000 € verschobene Gammaverteilung $Gamma(\beta, \gamma)$ als Prozessverteilung modelliert worden, deren Parameter $\beta = 1,18$ und $\gamma = 263.998,6$ mittels Maximum-Likelihood-Methode geschätzt wurden. Im Folgenden sollen geeignete stochastische Parameter herangezogen werden, mit Hilfe derer die Parameterunsicherheit gemessen werden kann. Mittels der Log-Likelihood-Funktion der Gammaverteilung für die beobachteten 65 Großschäden und der in [Gilks / Richardson / Spiegelhalter 1995] beschriebenen Sampling-Methoden kann wie in [Borowicz / Norman 2005] dargestellt die Parameterverteilung (Abbildung 7) simuliert werden, wobei die negativen

Abhängigkeiten zwischen den Parametern β und γ berücksichtigt bleiben, wie Abbildung 8 zeigt.⁹

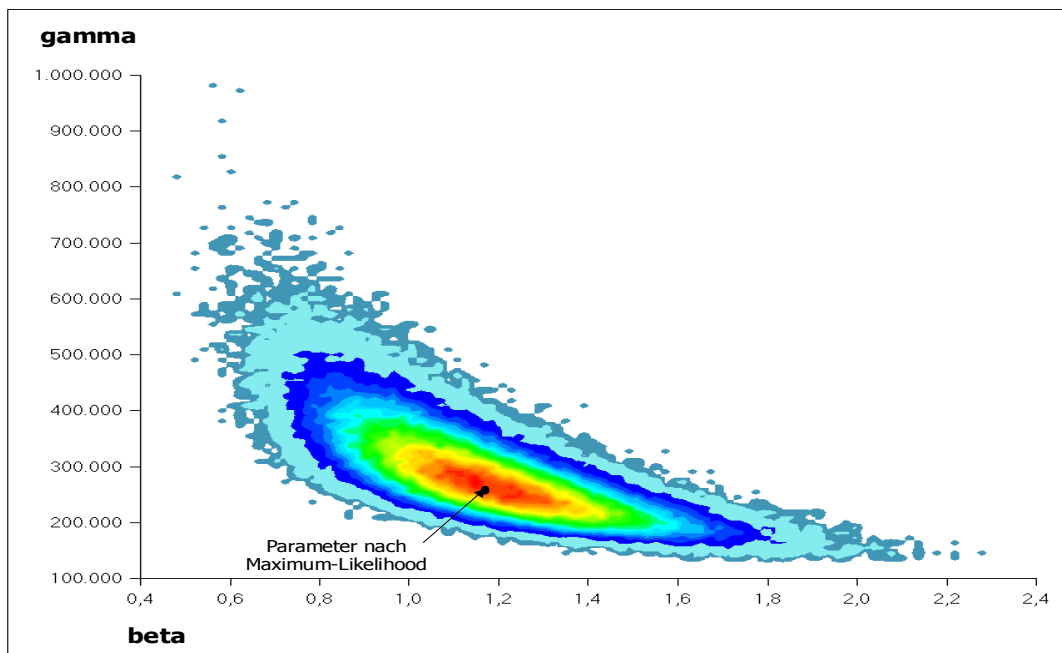


Abbildung 8: Abhängigkeitsstruktur zwischen den simulierten Parametern (β und γ) der Gamma-Verteilung und eingezeichnetem nach der Maximum-Likelihood-Methode geschätzten Parameter

Abbildung 9 zeigt die beobachteten Daten im Vergleich mit den Perzentilgraphen der Großschadenhöhen inklusive und exklusive Berücksichtigung der Parameterunsicherheit, wobei letztere im Tail sichtbar größere Schadenhöhen aufweist.

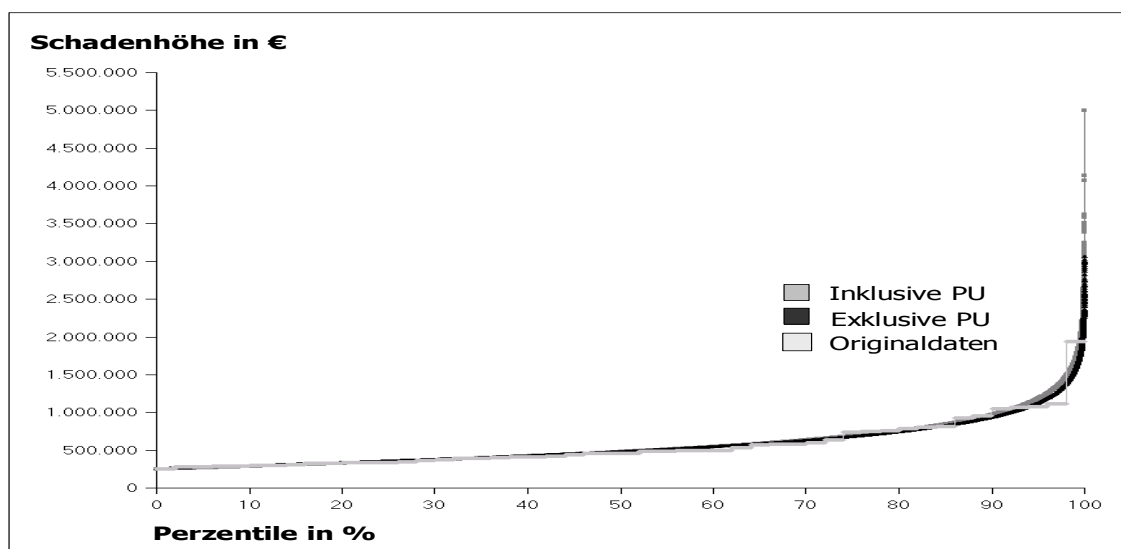


Abbildung 9: Perzentilgraphen der simulierten Großschadenhöhen der Sparte VGV-Feuer inklusive PU (Vorhersagerisiko), exklusive PU (Prozessrisiko) und historische Schäden (Originaldaten) (100.000 Simulationen)

⁹ Siehe [Borowicz / Norman 2005].

Nach der getrennten Betrachtung von Großschadenanzahl und Großschadenhöhe wird die Verteilung der Großschadenaufwendungen ermittelt (Abbildung 10), wobei wir annehmen dass die Schadenhöhen unabhängige und identisch verteilte Zufallsvariablen seien und die Schadenanzahl ebenfalls unabhängig dazu sei, so dass die Voraussetzungen des kollektiven Modells erfüllt sind.¹⁰

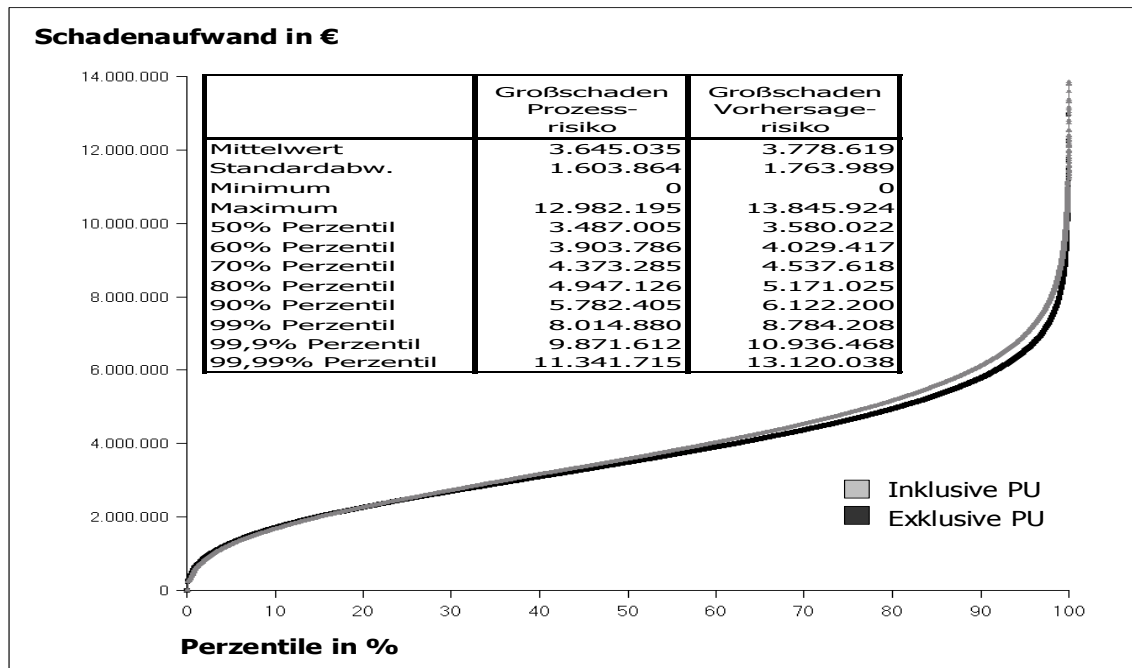


Abbildung 10: Perzentilgraph der Großschadenaufwandsverteilung der Sparte VGV-Feuer inklusive Parameterunsicherheit (Vorhersagerisiko) und exklusive Parameterunsicherheit (nur Prozessrisiko) (100.000 Simulationen)

Abschließend soll der Risikokapitalbedarf für das Großschadenrisiko der Sparte VGV-Feuer inklusive und exklusive Parameterunsicherheit quantifiziert werden. Dazu definieren wir das Risikokapital in Bezug auf die Abweichung vom Erwartungswert. Als Risikomaß wählen wir den Tail-Value-at-Risk zum Sicherheitsniveau 99,8%.¹¹ Während für das reine Prozessrisiko ein Risikokapitalbedarf von 6,65 Mio. € auszuweisen ist, beläuft sich das Risikokapital inklusive Berücksichtigung der Parameterunsicherheit auf 7,44 Mio. €.

Das Ausmaß der Parameterunsicherheit hängt stark vom Umfang der beobachteten Daten ab. Bei wenigen Beobachtungen liegt in der Regel eine deutlich höhere Parameterunsicherheit vor, als bei einer umfassenden historischen Datenbasis. Das folgende Beispiel basiert auf einer Sparte, in der nur eine Historie von fünf Großschäden vorliegt (anstatt der 65 Großschäden wie im Beispiel der Sparte VGV-Feuer). Auch in diesem Beispiel wurde die Gammaverteilung zur Modellierung der Schadenhöhen herangezogen. Abbildung 11 zeigt die Perzentilgraphen der Schadenhöhe inklusive und exklusive Berücksichtigung der Parameterunsicherheit im Vergleich mit den historischen Daten.

¹⁰ Die Großschadenanzahl (inklusive Parameterrisiko) wurde ebenfalls nach der in diesem Abschnitt vorgestellten Methode simuliert. Zur Modellierung der Großschadenaufwendungen siehe [Diers2007a].

¹¹ Im Rahmen dieses Aufsatzes soll keine Diskussion über die Vor- und Nachteile des Riskomaßes Tail-Value-at-Risk geführt werden.

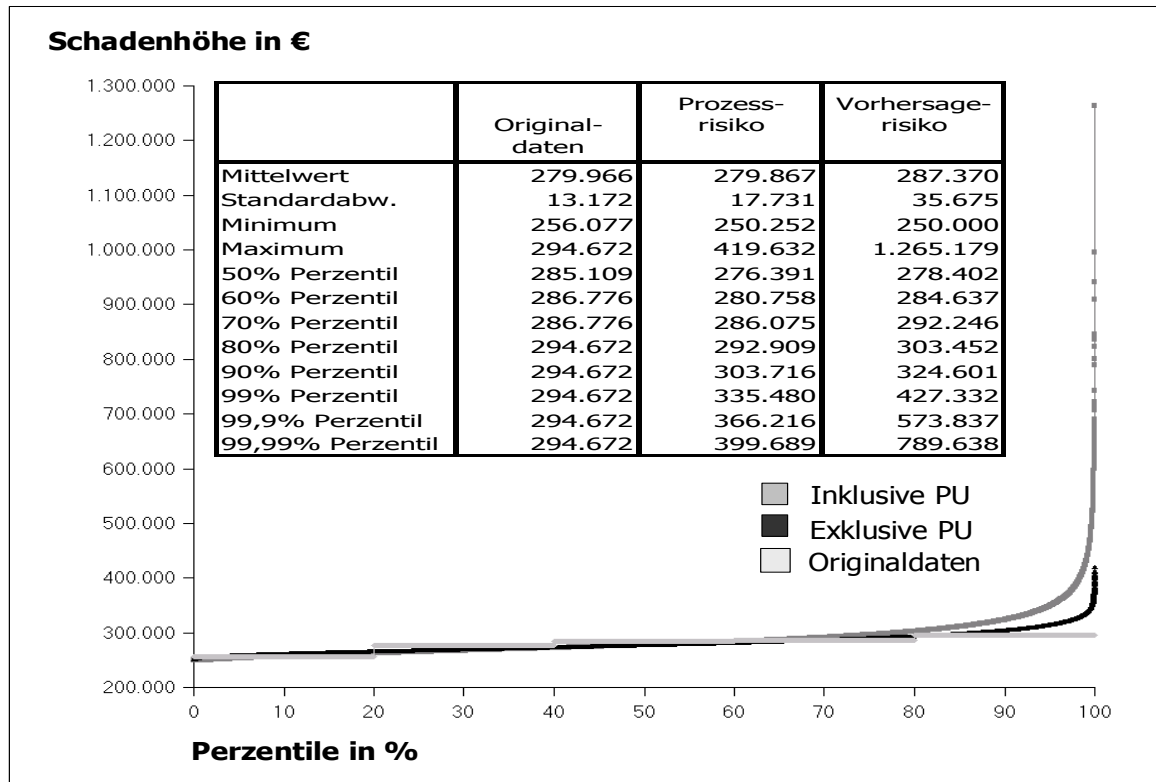


Abbildung 11: Perzentilgraphen der Großschadenhöhenverteilung einer Sparte mit einer sehr geringen Schadenhistorie inklusive PU, exklusive PU und historische Schäden (Originaldaten) (100.000 Simulationen)

Der Perzentilgraph der Schadenhöhe inklusive Parameterunsicherheit weist aufgrund der geringen Anzahl an beobachteten Daten im Tail-Bereich deutlich höhere Werte auf als bei Vernachlässigung der Parameterunsicherheit. Somit kann – gerade bei der Modellierung von Sparten, in denen nur eine geringe Schadenhistorie vorliegt – die Vernachlässigung des Parameterrisikos zu einer deutlichen Unterschätzung der Risikosituation führen.

An dem Beispiel der Sparte VGV-Feuer zeigt sich, dass die Vernachlässigung des Parameterrisikos selbst bei einer Historie von 65 Schäden zu einer nennenswerten Unterschätzung des Risikokapitalbedarfs führen kann. Hierbei sollte berücksichtigt werden, dass wir die Großschäden nur einer Sparte modelliert haben und diese Effekte (innerhalb des hier betrachteten Zeichnungsrisikos¹²) sowohl bei der Modellierung der Basis- als auch der Groß- und Kumulschäden aller modellierten Sparten bzw. Unternehmenssegmente auftreten können.

Als Fazit lässt sich festhalten, dass das Parameterrisiko eine entscheidende Auswirkung auf die Risikosituation des Unternehmens haben kann und somit ein nicht zu unterschätzendes Risiko darstellt, dem geeignet Rechnung getragen werden sollte.

¹² Hier wurde exemplarisch das Zeichnungsrisiko betrachtet. Parameterunsicherheiten sind analog in den anderen Risikokategorien zu berücksichtigen.

5 Literatur

- [Borowicz / Norman 2005] Borowicz, J. M.; Norman, J. P. (2005): The effects of parameter uncertainty in the extreme event frequency-severity model; [Download unter: <http://www.ica2006.com/Papiers/3093/3093.pdf>], 15.10.2007]
- [Bernardo / Smith 1994] Bernardo, J.M., Smith, A.F.M. (1994): Bayesian Theory; Wiley, Chichester, UK
- [Cairns 2000] Cairns, A. J. (2000): A discussion of parameter and model uncertainty in insurance; *Insurance: Mathematics and Economics* 27, S. 313–330
- [Diers 2007a] Diers, D. (2007): Interne Unternehmensmodelle in der Schaden- und Unfallversicherung – Entwicklung eines stochastischen internen Modells für die wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung und für die Anwendung im Rahmen von Solvency II, ifa-Verlag (www.ifa-ulm.de)
- [Diers 2007b] Diers, D. (2007): Interne Unternehmensmodelle – Unverzichtbare Grundlage für die wert- und risikoorientierte Unternehmenssteuerung und das Risikomanagement. (Teil I und II), *Versicherungswirtschaft* 09/2007, S. 675-680 und 10/2007, S. 784-788
- [Diers / Nießen 2005] Diers, D.; Nießen, G. (2005): Interne Risikomodelle in der Praxis. Der Weg von der Erstellung und Implementierung bis zum regelmäßigen Einsatz. (Teile I und II); *Versicherungswirtschaft* 21/2005, S. 1657-1660 und 22/2005; S. 1748-1751
- [Embrechts / Frey / McNeil 2005] Embrechts, P.; Frey, R. ;McNeil, A. J. (2005): Quantitative Risk Management: Concepts Techniques Tools; Princeton Series in Finance, Princeton University Press, Princeton and Oxford
- [England 2002] England, P. (2002): Addendum to "Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving"; *Insurance: Mathematics and Economics*, Volume 31, No. 3, S. 461-466
- [England / Verrall 1999] England, P.; Verrall, R. (1999): Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving; *Insurance: Mathematics and Economics* 25, pp281-293
- [England / Verrall 2002] England, P.; Verrall, R. (2002): Stochastic Claims Reserving in General Insurance; *British Actuarial Journal* 8, III, pp443-544
- [Gilks /Richardson / Spiegelhalter 1995] Gilks, W.R., Richardson, S., Spiegelhalter, D.J. (1995):. Markov Chain Monte Carlo in Practice; Chapman & Hall, London.
- [IAA 2004] International Actuarial Association IAA (2004): A Global Framework for Insurer Solvency Assessment; Research Report of the Insurer Solvency Assessment Working Party, Ottawa
- [Mata 2000] Mata, A.: Parameter Uncertainty For Extreme Value Distributions; GIRO Convention Papers, 2000